

目录

Session 1	2
LOS 1 & 2 职业伦理与职业行为准则	2
LOS 3 & 4 全球投资表现标准介绍(GIPS).....	52
Session 2	57
LOS 5 货币的时间价值	57
LOS 6 现金流折现的应用	81
LOS 7 统计概念和市场的回报	96
LOS 8 概率概念和市场收益	118
Session 3	141
LOS 9 常用的概率分布	141
LOS 10 抽样与估计	163
LOS 11 假设检验	178
LOS 12 技术分析	204

Session 1

LOS 1&2 职业伦理与职业行为准则

注册金融分析师协会(CFA Institute)道德规范和专业行为准则以及关于行为准则 I – VII 的指导

除了阅读下面的关于道德规范材料的详尽总结，我们仍然建议所有的考生多读几次 2010 年出版的行为准则手册第十版(英文名称: **Standards of Practice Handbook 9th Edition (2010)**)。

这一章的内容，分为两个部分:道德规范(六点)以及专业行为准则(七条)。熟练掌握这一章的知识，是通过 CFA 一级考试的必要条件。CFA 道德规范和专业行为准则这一部分的复习和准备与其它几部分内容不同，该部分需要考生集中精力看注册金融分析师协会在 2005 年制定的《道德规范以及专业行为准则》。该准则的每一个条目下有几个子条，每个总的条目和子条都要记熟，但更为重要的是能够正确的理解并能加以应用，在实际的考试中，通常会有一些人物和情节提供给考生，这些，需要通过考生对道德规范以及专业行为准则的具体理解来判断某人是否遵守或是违反了职业道德/行为操守。

无论多么强调伦理部分的重要性都不为过，因为伦理部分在 CFA 一级的考试中，有“一票否决”的作用:即使其他的部分全部达到优秀(>70%正确率)，如果伦理部分没有通过(<50%)，还是不能通过一级的考试。而其他的知识性部分，只要平均成绩达到了 50%,就可以通过。

道德规范，是纲领性的指导要点，而并非一个实施细则，因此比较抽象，实际考试和我们的讲解都以让学生知晓内容为限。而在对专业行为准则的讲解上，根据考试的出题，我们分为以下三个层次讲解:

- 1) 七条准则的总则，是标题性质的总则。
- 2) 每条准则下的细则，细化了每条准则的要求，但仍然比较笼统，难以用这些细则判断某人是否遵守或是违反了职业道德。
- 3) 对每一条细则的深入解析和案例分析，这一部分，一方面对各个细则进行了准确、量化的规定，排除了模棱两可的情况；另一方面通过对实例的剖析，加深对这些具体规定的理解和应用。实际考试中的伦理部分试题，无论在形式还是内容方面与这些案例都非常接近。因此，这一个层次，虽然内容最多，也非常重要。

CFA 道德规范与专业行为准则就像一部法典。由于法律的特殊性，如果只是记住法典的每一条细则，还是很难进行应用的。于是就需要对每条细则进行解释，并配以判例。

LOS1.a 描述 CFA 道德规范的结构和推行 CFA 道德规范的过程。

CFA 协会的职业行为计划包含了协会关于职业行为的法律和规范方面的规定。这个计划是基于

会员和候选人的公平性和活动进行的机密性。CFA 协会监事会中的纪律检查委员会在总体上对职业行为计划和道德规范的执行负责。

CFA 协会指定的官员，通过职业行为的职员，进行关于职业行为的调查。下列这些情况有可能会引起调查：

1. 会员和候选人每年关于自己民事诉讼和刑事调查的职业行为参与状况的自我披露，或者会员和候选者成为书面抱怨的对象。
2. 由协会的工作人员接收对会员和候选人的书面控诉。
3. 职业行为工作人员通过公开渠道比如媒体文章或者广播收到关于会员和候选人的不作为行为。
4. CFA 考试考官关于考试中违规行为的报告。

调查一旦开始，职业行为的工作人员将会书面要求会员或候选人进行解释，可能 1)和会员或者候选人进行面谈，2)访问控诉者或者其他第三方，或者 3)收集与调查相关的文件和记录。

指定的官员的决定可能分为以下几种：

- 1)不进行纪律处分是合适的
- 2)发布一个警告信，或者
- 3)处分会员或者候选人。

如果指定官员发现了违反道德规范的行为的发生并进行了纪律处分，被处分的会员或候选者可以接受或者反对处分。如果会员和候选人选择反对处分，将提交 CFA 协会陪审团听证。施加的处分包括其他会员的谴责和候选人资格的中止。

LOS1.b: 叙述道德规范的六个要点和职业行为的七条准则

根据道德规范，注册金融分析师协会会员和考生(以下简称“成员和考生”)，必须：

- 1.在对待公众、客户、潜在客户、雇主、雇员、投资业界同事以及全球资本市场的其他参与者的过程中，表现出诚信、称职、审慎、尊重和道德操守。
- 2.把投资职业的信誉以及客户的利益置于个人的利益之上。
- 3.在进行投资分析、提出投资建议、采取投资行动和从事其他专业活动的时候，谨慎执业，并发挥独立的专业判断能力。
- 4.促进资本市场的诚信，维护资本市场相关法律的尊严。
- 5.以符合专业和伦理道德标准的方式来从事专业活动，并鼓励他人以同样的方式从事活动，以维护协会会员及行业的良好信誉。
- 6.不断巩固和提高自身以及行业同仁的职业技能。

职业行为的七条准则要求成员和考生

准则 I: 专业性(Professionalism)

准则 II: 资本市场的诚信(Integrity of Capital Markets)

准则 III:对客户的责任(Duties to Clients)

准则 IV: 对雇主的责任(Duties to Employers)

准则 V: 投资分析、建议和行为(Investment Analysis, Recommendations, and Action)

准则 VI: 利益冲突 (Conflicts of Interest)

准则 VII:作为一个注册金融分析师协会成员或者考生的责任(Responsibilities as a CFA Institute Member or CFA Candidate)

**LOS 1.c: 解释道德规范以及专业行为准则要求的伦理责任, 包括专业行为准则的各个子条目。
(这是专业行为准则学习的第二层次)**

职业行为准则

I.专业性(Professionalism)

a.对法律的知晓(Knowledge of the Law):成员和考生必须了解并遵守任何政府、监管机构、执照管理机构或对协会成员的专业活动拥有管辖权的专业协会所颁布的一切有关法律、规则和条例(包括注册金融分析师协会《道德规范以及专业行为准则》)。

b.独立性和客观性(Independence and Objectivity):在从事专业活动的时候, 成员和考生必须运用足够的审慎和判断力来达到和保持它们的独立性和客观性。成员和考生不能够赠送、索取或者接受任何有足够理由可能会影响到自己或者他人的独立性和客观性的礼物、好处、报酬或者酬金。

c.不当陈述(Misrepresentation):成员和考生不得在自己明知的情况下, 做出关于投资分析、投资建议、投资行为或者其他专业活动的不当陈述。

d.不当行为(Misconduct):成员和考生不能够参与任何包含了不诚实, 欺诈、欺骗的专业行为, 也不能做任何对他们的专业名誉、诚信或者职业能力产生消极影响的行为。

II.对资本市场的诚信(Integrity of Capital Markets)

a.实质性的不公开信息(Material Nonpublic Information):拥有可能影响一笔投资价值的实质性不公开信息的成员和考生不能够利用、或者促使他人利用这个信息。

b.操纵市场(Market Manipulation):成员和考生, 不得参与以误导市场参与者为目的的扭曲股价和人为放大交易量的行为。

III.对客户的责任(Duties to Clients)

a.忠诚, 审慎, 尽心尽职(Loyalty, Prudence, and Care):成员和考生对客户负有忠诚义务, 必须尽心尽职, 审慎判断。成员和考生必须以他们客户的利益为重, 把客户的利益置于雇主和他们自身的利益之上。在处理和客户的关系上, 成员和考生必须在确定相关受托责任基础上, 履行对该等人士负有的义务, 维护信托人的利益。

b.公平对待(Fair Dealing)。成员和考生在提供投资分析、提出投资建议、采取投资行动和从事其他专业活动的时候, 必须公平、客观地对待所有客户。

c.合适性(Suitability):

1)当成员和考生与客户间存在提供投资建议的关系的时候, 必须:

a)在作出任何投资建议或者采取任何投资行动之前, 应对客户或者潜在客户的投资经验、风险和回报目标以及财务限制做出合理的了解, 并定期重新评估和更新信息。

b)在作出一项投资建议或者采取一项投资行动之前, 应该确定, 这项投资是否适合顾客的财务状况, 是否符合该客户指定的书面目标、委托书以及限制条件。

c)根据客户整个投资组合之特征来判断投资的适合性。

2)当成员和考生负责根据一个特定的委托书、投资策略和投资风格来管理一个投资组合的时候, 所提出的投资建议和采取的投资行动都必须符合这一投资组合明确要求的目标和限制条件。

a)陈述投资表现(Performance Presentation):在陈述投资表现的信息的时候, 成员和考生必须采取足够的努力确保这些信息是公正、准确和完备的。

b)保密(Preservation of Confidentiality):成员和考生必须对现在的客户、过去的客户和潜在的客户的信息加以保密, 除非:

3)该信息涉及有关客户或潜在客户从事的非法活动

4)按照法律需要进行披露

5)客户或者潜在客户同意披露该信息

IV.对雇主的责任(Duties to Employers)

a.忠诚(Loyalty):在关于雇佣关系的问题上, 成员和考生必须维护雇主的利益, 不能剥夺雇主利用他们的技能和能力的权利, 不能泄露机密信息, 或者对雇主造成其他伤害。

b.附加的报酬安排(Additional Compensation Arrangements):成员不得在获得所有相关方的书面应允前, 接受任何与雇主利益冲突、或者有足够理由相信会导致这种利益冲突的礼品、好处、报偿或酬金。

c.作为上级的责任(Responsibilities of Supervisors) :采取一切合理的努力, 来监督受其监督或管辖之人员, 以防下属人员参与违反有关法律、法规、条例或《道德规范以及专业行为准则》内各条文之行为。

V.投资分析、投资建议和投资行为(Investment Analysis, Recommendations, and Action)

a.审慎与合理基础(Diligence and Reasonable Basis)。成员和考生必须:

1.在进行投资分析、提出投资建议、采取投资行动的时候, 做到谨慎、独立、全面。

2.任何投资分析、建议或者行动, 都必须建立在合理、足够的基础和依据上, 并有研究和调研支撑。

b.在和顾客与潜在顾客的交流(Communications with Clients and Prospective Clients)的时候, 成员和考生必须:

1.向客户和潜在客户披露投资分析、证券选择和投资组合构成之投资程序的基本形式和一般原则, 并立即通知客户和潜在客户任何可能对投资程序产生实质性影响的变化。

2.运用合理的判断来发现、确定对投资分析、投资建议和投资行动至关重要的因素, 并向客户和

潜在.客户沟通这些因素。

3.在陈述投资分析和建议时明确区分事实和观点。

c.保存记录(Record Retention):成员和考生必须保留适宜的纪录来支持他们的投资分析、建议、行动、以及和客户或者潜在客户进行的投资相关的其他交流沟通。

VI.利益冲突 (Conflicts of Interest)

a.披露利益冲突(Disclosure of Conflicts):对于可能影响其履行对雇主、客户或者潜在客户应尽职务或影响其独立性、客观性的一切事项,成员和考生必须向其雇主、客户和潜在客户完整、公正地披露这些冲突。成员和考生必须确保这些披露是相关的,使用平实的语言,并且有效地传递相关的信息。

b.交易优先次序(Priority of Transactions):为客户和雇主执行的交易,应当优先于成员或考生自己为受益人的交易。

c.披露介绍费(Referral Fees)。成员和考生必须向雇主、客户和潜在客户披露其本人因推荐产品或服务而收受或支付他人的佣金、利益或好处。

VII.作为注册金融分析师协会会员或者考生的责任(Responsibilities as a CFA Institute Member or CFA Candidate)

a.成员和考生的行为(Conduct as Members and Candidates in the CFA Program):成员和考生均不得参与或从事任何损害注册金融分析师协会或名衔之声誉、信用的行为,亦不得损害注册金融分析师资格考试之信誉、有效性和安全性。

b.引用注册金融分析师协会、注册金融分析师名衔和注册金融分析师资格考试(Reference to CFA Institute, the CFA designation, and the CFA Program):当引用注册金融分析师协会、成员资格、名衔和考生资格的时候,成员和考生不得错误地陈述或者夸大金融分析师协会会员资格、拥有注册金融分析师头衔或者参加注册金融分析师资格考试的意义。

LOS 2.a:演示 CFA 规范和准则(Codes and Standards)在若干存在诚信问题的专业活动的特定环境中的应用;

LOS 2.b: 区分符合规范和准则的行为和不符合规范和准则的行为;

LOS 2.c: 推荐相应的流程来防止违反道德规范以及专业行为准则之行为。

I.专业性(Professionalism)

I(A) 对法律的知晓(Knowledge of the Law). 成员必须了解并遵守任何政府、监管机构、执照管理机构或对协会会员的专业活动拥有管辖权的专业协会所颁布的一切有关法律、规则和条例(包括注册金融分析师协会《道德规范以及专业行为准则》)。当不同的法律法规出现冲突时,会员和考生必须遵守更加严格的法律、法规和条件。成员不得在自己明知,参与或者协助违反这些法律、规则和条例的行为,并且必须和任何已知的这类行为脱离。

注意: 以下讨论部分,我们使用成员一词,代表所有的会员和考生。

疑难指导: CFA 伦理和准则与当地法律规定不同时应该怎么办?

成员必须了解对协会成员进行专业活动的所有国家的法律、法规, 并且遵守一切对他们的专业活动拥有管辖权的法律、规则。即使一个行为不违反法律, 如果违反了《道德规范以及专业行为准则》, 也不能参与。成员必须遵守法律与注册金融分析师协会《道德规范以及专业行为准则》中规定较严的一个。

疑难指导: 会员应该远离目前客户或者雇主进行的违法或者不道德行动, 即使在极端情况下, 可能要以离职为代价。当会员发现个人的违法、违规行为时, 必须及时向监管者或者相关部门报告。持续参与上述行为可能被看成是故意参与。

对成员, 推荐的合规流程:

- 成员必须了解管辖权的法律、规则和条例的变化。
- 必须定期审阅合规的流程, 确保这些流程适用于现行的法律、法规或者 CFA 伦理和准则。
- 为了帮助雇员获得法律、法规、CFA 准则和规定的最新要求, 成员应该保存有最新的参考材料备查。
- 在不清楚的时候, 成员应该寻求法律顾问、或者公司合规审查(Compliance)部门的意见。
- 当成员从任何违反法律、法规或者 CFA 伦理和准则的行为中脱离的时候, 他们应该记录下这种行为, 并且鼓励他们的雇主停止这种行为。
- CFA 伦理和准则不要求向政府机构汇报违法行为, 但是在某些情况下我们建议成员这样做, 同时法律要求成员这样做。
- 强烈鼓励成员举报其他成员的违规行为。

对公司, 推荐的合规流程:

- 制定、采纳一个行为准则。
- 使所有雇员能够得到对相关法律和法规进行了强调的信息。
- 建立书面的流程, 来报告任何疑似违反法律、法规和公司政策的行为。

负责建立和维护投资服务和产品的会员应该同时了解并遵守公司注册地和产品发售地的法律及监管政策。

应用举例: 准则 I(A)对法律的知晓

案例 1:

Michael Allen 在经纪公司工作, 并负责证券的承销。一个发行人公司的管理人员告诉 Allen 了一个信息, 显示 Allen 向监管部门提交的财务报表虚报了发行人的利润。Allen 向这个经纪公司法律顾问咨询, 该顾问告知 Allen, 监管部门很难证明 Allen 在其中有任何的不当行为。

评论:

尽管我们推荐成员和考生征求法律顾问的意见, 但是对这些咨询意见的依赖, 并不能免除成员或考生遵循法律、法规的责任。因此, Allen 应该向他的上级报告目前的情况, 寻求一个独立的法律意见, 并且决定监管机构是否应该被告知这个错误。

案例 2:

Kamisha Washington 所在公司利用一个客户账户组合 10 年的投资回报来宣传自己的投资表现。然而, Washington 发现这个组合省略了在 10 年中该公司流失的客户的账户,而这种省略了导致夸大投资表现。Washington 被要求用这个含有错误投资表现数据的宣传材料来为公司取得业务。

解析:

不当陈述是违反 CFA 道德规范以及专业行为准则的行为。尽管 Washington 没有参与计算该公司的投资表现,但是如果她用该材料来为公司争取业务,她就协助了这个违反 CFA 道德规范以及专业行为准则的行为的发生,因此,她必须从该行为中完全脱离。她可以向负责计算该数字的人士、她的上级、或者公司的合规审查部门指出该计算错误。如果她的公司不愿意重新计算投资表现,她必须停止使用这些误导性的宣传材料,并告知公司她这样做的理由。如果公司坚持她使用这些材料,她应该考虑,她脱离这种行为的责任是否需要她辞去目前的职位,寻求其他的雇主。

案例 3:

一个投行的员工正在帮一个公司做承销,发现发行人改动了财务报表去隐藏一个部门经营损失,这些错误的数字已经包含在预先公开披露的招股计划书中。

评论:

这个员工必须向监管者报告这个问题。如果公司不将错误信息修改,这个员工应该同这次承销脱离关系,甚至就他是否需要进一步的报告或者采取其他行动寻求法律意见。

案例 4:

Laura Jameson 是个美国公民,为一个总部在美国的投资公司工作,她所工作的国家不允许投资银行家利用自己的账户参加首次公开发行(IPO)。

评论:

Jameson 必须遵守美国法律(公司总部所在地),CFA 规范和准则以及她工作地所在国的法律中的最严的要求。此例中她不能用自己私人账户参与 IPO。

案例 5:

一个年轻的基金经理怀疑负责外国新市场的经纪商给一家第三方研究机构付钱,但是却没收到任何研究产品。他认为这项研究报告开销是欠妥且不道德的。

评论:

他应该按照公司的程序报告潜在的违规行为,努力获得关于支付内容及相关研究的详细披露。

I(B)独立性和客观性(Independence and Objectivity)。在从事专业活动的时候,成员和考生必须用合理的审慎和判断力来达到和保持他们的独立性和客观性。成员和考生不能够赠送、索取或者接受任何有足够理由可能会影响到自己或者他人的独立性和客观性的礼物、好处、报酬或者酬金。

疑难指导:

不要让投资过程受到外界资源的影响。一般的礼物是允许的。如果初次募股发行(IPO)被超额认购,将这种股票分配到自己的私人账户是严格的禁止的。注意区分客户给予的礼物,以及来自其他实体的、旨在影响投资过程、会给客户利益带来伤害的礼物。

疑难指导:与投资银行业务的关系

不要迫于卖方公司的压力,为这些公司的目前的或者潜在的投资银行业务客户撰写有利于这些客户的研究报告。只有当利益冲突被充分有效的管理和披露的前提下,研究部的分析员才能在路演中与投资银行部门业务人员共事。确保在研究/投资管理和投行业务之间存在着防火墙。

疑难指导:上市公司

分析员不应该迫于压力,撰写有利于他们负责研究的上市公司的报告。研究的时候,不应该把调研的领域局限于公司管理层的沟通,而应该把研究建立在广泛的来源之上,包括该公司的供应商,顾客和竞争者。

疑难指导:买方客户

买方客户可能会试图对卖方分析员施加压力。管理投资组合的经理可能重仓持有某一个证券,而对该证券评价的下调可能会对该投资组合造成影响。管理投资组合的经理有义务尊重卖方分析员的独立意见。

疑难指导:基金经理关系

负责选择外部基金管理人的会员不应接受有可能损害其独立性的礼物,娱乐及旅行支出。

疑难指导:评级机构

评级机构会员要保证评估程序不受被评估证券发行企业的影响。使用信用评级的会员要认识到潜在的利益冲突,确认是否能够保证独立性。

疑难指导:发行人(研究报告的目标公司)支付酬金的研究报告

请牢记,这类研究报告充满着潜在利益冲突。作为一个分析员,他们准备这样的研究报告获取的酬劳应该受到限制。这种酬劳最好与该研究报告的结论无关。否则,分析员可能就有动机来撰写一个偏向上市公司的报告。

疑难指导:旅行

去参加研究标的公司的研究会时最好自己付旅行费。

推荐的合规流程

- 保护意见的诚信——确保这些意见是无偏的。
- 建立一个限制名单——对于这个名单上的公司,只传播事实性质的信息(而不出具意见)
- 限制特别的费用安排-分析员应该支付他们的自己的交通费用和宾馆费用;当没有商业运营的交通工具存在的时候,才能够使用被研究的公司提供的交通工具。
- 礼物应该只有很小的价值——常规性的、与业务相关的娱乐是可以的,但前提是这些娱乐活动不能以影响一个成员在专业上的独立性和客观性为目的。
- 限制雇员参与初次股票发行(IPO)和私募股权(Private Placement)的认购。
- 审查相关流程-应该存在有效的监管和审查流程。

- 对于研究的独立性、客观性，公司应该有着正式的书面政策。

应用举例:准则 I(B) 独立性和客观性

案例 I:

Steven Taylor 是 Bronston Brokers 公司负责采矿业的分析员，应邀和他的一些同行去参观 Precision Metals 公司在美国西部几个州的采矿设施。Precision Metals 公司安排这些分析员乘坐公司的包机来回于不同的采矿设施，并且安排在矿厂附近唯一的酒店连锁店-Spartan 酒店住宿了三个晚上。和其他的分析员一样，Steven Taylor 让这个矿业公司支付了自己的酒店费用。在这些分析员中，只有一个例外，就是来自一个大的信托公司的 John Adams,他坚持按照他公司的政策，自己支付酒店房费。

解析:

Adams 公司的政策与 CFA 道德规范以及专业行为准则的吻合是最好的，因为这个政策排除了任何可能的利益冲突；但是 Taylor 和其他的分析员并没有违反准则 I(B)。总的来说，当让被研究的公司来支付相关的交通/住宿费用的时候，成员和考生必须应用他们自己的判断力，牢记这样的安排不应该影响到他们的独立性和客观性。在这个例子中，这次行程严格与业务相关，而且 Taylor 也没有接受无关的或者是奢华的接待。安排的行程要求包机的使用，而包机的费用是不用分析员承担的。住宿的安排是不奢华的。这些安排并不是不寻常的；只要这些安排没有影响到 Taylor 的独立性和客观性，这就没有违反 I(B)。总的来说，成员和考生应该考虑，这些安排是否会影响到他们的独立性和客观性，或者是否会被成员的客户认为公信力受到影响。

案例 2:

Walter Fritz 是 Hilton 经纪公司负责采矿行业的股权分析师。通过分析，他得出结论，Metals&Mining 公司的股票目前被高估，但是他担心一个负面的研究报告会影响他的公司投资银行部门与 Metals&Mining 公司的关系。事实上，Hilton 经纪公司的一个资深经理刚刚给 Walter Fritz 发来一份关于 Metals&Mining 公司债券发行的建议书。Fritz 需要马上制作一个研究报告，因此也很担心给与一个不好的评级。

解析:

Fritz 关于 Metals&Mining 公司的研究，必须是客观的、基于公司基本面之上的。任何来自公司其他部门的压力都是不恰当的。如果期望到债券发行，Hilton 经纪公司应将 Metals&Mining 公司放到 Hilton 公司销售队伍的限制名单上(不出具意见；或者只出具事实，而不出具观点)，这些冲突将可以避免。

案例 3:

Tom Wayne 是 Franklin City 雇员养老基金的投资经理。他最近成功的找到了一个管理该基金的投资组合中境外股权部分的公司。他按照该养老基金标准化流程，听取了很多符合要求的公司的陈述，最后向基金的董事会建议选择 Penguin Advisors 公司。推荐基于 Penguin Advisors 的经验、良好的投资策略，以及按照注册分析师协会“全球投资表现标准”计算的历史表现纪录。在

Penguin 被选中管理基金的海外股权投资部分后, Franklin City Record 的记者询问, Penguin 被选中这件事, 与 Wayne 在当年早些时候参加的一个前往亚洲寻找投资机会的访问团是否有关。Penguin 是该次访问团的赞助商之一。该次访问是养老金投资协会组织和安排形成的, 旨在提供会面亚洲几个国家主要城市的经济界、政界和公司界人士的机会。养老金投资协会从包括 Penguin 在内的几个投资管理公司处得到赞助, 以支付各养老金基金经理此次行程的费用(包括食宿)。Penguin Advisors 公司的总裁也参加了那次访问。

解析:

尽管 Wayne 很可能从去亚洲的那趟行程中获取了对选择投资组合经理或者其他关于管理该养老金方面有价值的信息, 但是考虑到这次行程是由 Penguin 参与赞助的, 并且每日有 Penguin 的总裁陪同, Wayne 向养老金董事会推荐 Penguin 公司的行为可能带来了相关利益冲突。为了避免违反准则 I(B), Wayne 那次行程的基本交通和食宿费用应该由 Wayne 的雇主或者是养老基金支付; 与 Penguin 的总裁的接触也必须限制在提供信息、或以培训为目的的场合; 应该对这次行程、组织者以及赞助者建立公开的纪录。最后, 即使 Wayne 的行为没有违反准则 I(B), 他应该考虑到在被记者报道之后, 公众对这次行程的看法; 还应该考虑到他参加的这次行程, 并由此带来的对 Penguin 公司的熟悉, 可能会影响到他的决定中主观的因素, 而 Penguin 公司其他竞争对手可能没有这个“优势”。

案例 4:

公司财务部的一个分析师对客户做保证, 公司可以给客户提供发行人在发行后的全面的研究信息。

解析:

这并没有违反道德规范, 但是分析师不能保证有利的研究报告。研究报告必须客观独立。

案例 5:

老板要求分析师假设做了充分研究和维持买入评级。

解析:

研究结果和建议必须是客观和独立的。如果分析师认为买入评级不正确, 听从老板的指示违反了道德准则。

案例 6:

一个基金经理从一个客户那里收到具有重大价值的礼物, 作为对前期优秀表现的奖励。

她将收到礼物告诉了雇主。

解析:

如果礼物来自客户而且不是基于未来变现的行为的, 基金经理的行为并没有违反道德规范, 但是礼物必须向雇主披露。如果礼物对未来表现是不确定的, 基金经理的行为必须得到雇主的许可。披露和许可要求的原因是雇主必须确保基金经理不会因为有些客户给了额外的报酬而给他们优惠, 而损害了其他客户的利益。

案例 7:

一个分析师与一个公司签了一份由公司付费的研究合同,费用为一笔定额费用加上基于新证券吸引的投资者数的奖金。

解析:

这里违反了道德准则,因为报酬结构使得报酬依赖于报告结论(有利的报告将会吸引投资者并增加报酬)。接受一个不依赖于报告结论或者不影响股票价格的定额报酬是道德规范所允许的,并且要披露报告是由目标公司出资制作的事实。

案例 8:

一家银行的信托管理经理根据基金发起人支付给银行的服务费的多少给客户选择基金。

解析:

这里违反了职业道德因为费用影响了他的客观性。

案例 9:

一个分析员使用证券敏感分析,不只适用了与目前趋势和历史情形相同的情景分析。

解析:

这是个好事没冲突。

I(C) 不当陈述(Misrepresentation):

成员和考生不得在已知的情况下,错误地陈述关于投资分析、投资建议、投资行为或者其他专业活动的事实。

疑难指导:

信任是投资职业的基础。不要做出任何的不当陈述,或者给出错误的印象,包括口头的和电子通讯。不当陈述包括:保证实现某一投资表现或回报,或者抄袭。抄袭指在没有指明引用的情况下,利用另一个人的成果(报告、预测、图表、图表和模型)。

推荐的合规流程

一个好的避免不当陈述的方法是,公司将一个书面的清单分发到所有与客户或者潜在客户接触的雇员,清单包括:公司所有可以提供的服务,以及公司的资质。雇员的资质也应该被准确地陈述。为了避免抄袭,应该保存撰写报告过程中用到的所有材料、其他公司的产品、并且在成果中恰当的引用来源。但是,使用来自已经被认可的金融或者统计报告服务提供商的信息,不用明确引用。

会员应该鼓励公司建立合规程序检验提供给客户的第三方信息。

应用举例:准则 I(C) 不当陈述

案例 1:

Allison Rogers 是 Rogers and Black 公司的合伙人,该公司是一个提供投资咨询服务的小公司。她向一个刚刚继承了一百万美元的潜在客户保证,“我们能够完成您需要的所有的金融和投资服务”。虽然 Rogers and Black 公司可以提供投资咨询,但是它无法提供资产配置协助,或者是全套的金融和投资服务。

解析:

这个案例比较直接，Rogers 违反了准则 I(C)，因为她进行了错误的口头陈述。她必须限制在只描述她的公司能够提供的投资咨询服务，而答应帮助客户在其他的地方寻找她公司不能提供的金融和投资服务。

案例 2:

Anthony McGuire 是一个分析员，被上市公司雇佣并由这些公司支付薪酬，工作是在电子媒介上面推介这些公司的股票。McGuire 建设了一个网站，在该网站上以独立研究员的身份来宣传他的研究工作。McGuire 在其网站上，放上了这些公司的资料，并且给出了“强烈建议买入”的意见，暗示这些股票价格将上涨。他没有在任何地方(网站，他发布的研究报告，或者关于这些公司的陈述中)披露和这些公司的合同安排。

解析:

McGuire 很明显违反了准则 I(C)，因为这些网站或者邮件都在误导潜在的投资人。即使这些推介是有效的、有足够的研究支撑，他没有披露与这些公司存在合同关系，通过提供服务换取补偿的事实，不公开和这些公司的真实关系构成了不当陈述。由于 McGuire 没有披露和公司的报酬安排，他同样触犯了准则 I(C)。

案例 3:

Claude Browning 是 Double Alpha 公司的数量分析员。他从一个研讨会上兴奋的回来。在这个研讨会上，一个为某全国性的经纪公司工作的著名数量分析员 Jack Jorrelly，详细的讲解了他(Jorrelly)开发的一个新模型，而 Browning 很受这些新的概念的触动。他测试了这个模型，作了一些小的技术性改动但是保留了原来的概念，最后得到了一些积极的成果。他马上告诉他在 Double Alpha 公司的主管他发现了一个新的模型；而作为 Double Alpha 公司不断创新的证据，Double Alpha 公司的客户和潜在客户应该被告知这个积极的发现。

解析:

尽管 Browning 测试了 Jorrelly 模型，并作了一些小的技术性改动，他仍然需要承认这个想法的原始来源。这个模型最后的使用价值当然归功于 Browning；Browning 也可以用自己的测试来支持相关结果，但是这个创新性的想法必须归功于 Jorrelly。所以，Browning 违反了 I(C)不当陈述

案例 4:

Paul Ostrowski 经营一个小型的、两个人的投资管理公司。Ostrowski 的公司订购了一个大型的投资研究公司的服务，该公司提供研究报告，这些研究报告可以被小型的公司重新打包，变成这些小公司自己的研究报告。Ostrowski 的公司向自己的客户分发了这些报告，并将这些报告说成是自己的研究成果。

解析:

Ostrowski 可以使用第三方的研究成果，如果这些研究有合理的、足够的依据，但是，他不能够

表明他是这些报告的作者。否则，Ostrowski 关于这些成果的不当陈述，就构成了误导该公司的客户或者潜在客户。

案例 5:

会员在准备市场材料时候弄错了公司所管理的资产数额。

解析:

会员一旦查出错误，必须立即努力停止错误材料的分发。不故意犯错并不违反道德规范，但是明知有重大错误却继续分发错误材料就违反了道德规范。

案例 6:

市场部门在促销材料中声明分析师获得了 MBA 学位，但是实际上没有。分析师和公司其他成员很多年一直使用该材料。

解析:

分析师违反了道德规范，他分发和使用了好多年这个材料，应该知道这个材料里所含有的错误陈述。

案例 7:

一个会员描述一个只支付利息的抵押贷款是由美国政府担保的，因为它是有有保证的现金流支付的，其实现金流的支付和证券的市场价值都是没有保证的。

解析:

只是一种错误陈述，违反了道德规范。

案例 8:

会员向客户描述银行大额定期存单是有保证的。

解析:

这并没有违反道德规范，只要没有超过联邦存款机构的保证范围并且将保证的性质明确告诉客户。

案例 9:

会员在准备市场材料时候使用在网上查到的概念比如方差和变量的相关系数。

解析:

即使这些是标准的定义，逐字逐句使用他人的工作也算是抄袭。

案例 10:

一个候选人(candidate)在一个金融出版物上读到了一篇研究文献，将它引用在自己的研究报告中，标注了原始的研究报告但是并没有标注这个金融出版物。

解析:

候选人使用了金融出版物的信息和解释，并没有标注出处，违反了错误陈述的道德准则。候选人应该直接得到原始的研究报告然后直接引用，或者如果他只参考金融出版物，就应该同时标注这两个资料来源。

I(D)不当行为(Misconduct):

成员和考生不能够参与任何包含了不诚实，欺诈、欺骗的专业行为，也不能做任何对他们的专业名誉、诚信或者专业能力产生消极影响的行为。

疑难指导

注册金融分析师协会不鼓励成员和考生的任何不道德的行为。但是，这个准则只对“专业行为”有约束力。不应该滥用注册金融分析师协会的专业行为审查项目，来借用这条准则处理私人的、政治的或者其他和专业行为伦理无关的纠纷。

推荐的合规流程

鼓励公司采用如下的政策和流程:

- 制订、采纳一个伦理道德规范，并且明确阐明，不伦理的行为将不被接受。
- 给与雇员一个清单，列出所有可能的违反行为，以及惩罚措施，包括开除。
- 对准备雇用的人员，与其证明人联系了解其行为。

应用举例:准则 I(D) 不当行为

案例 1:

Simon Sasserman 是在位于一个富裕的小镇的一个银行的信托投资员。他每天中午都和一些朋友在当地的酒吧吃饭，他的客户经常看到他喝了一杯又一杯。吃完中饭回到办公室之后，他在做投资决定的时候明显醉醺醺的。他的同事总是在早上和他处理业务方面的事情，因为大家不相信他吃过午饭之后的判断力。

解析:

Sasserman 在午餐时过度的饮酒，和之后的醉醺醺的状态，违反了准则 I(D)，原因是他的饮酒行为，使人对他的专业性和能力产生了怀疑。虽然饮酒本身不属于“专业行为”，但是如果饮酒影响了工作，就触犯了本条准则。他的行为对他本人、他的雇主以及整个行业带来了负面影响。

案例 2:

Carmen Garcia 管理一个共同基金，该基金致力于进行对社会负责的投资。她同时是一个环境保护的积极分子。由于她参与的非暴力的示威活动，她很多次被以擅自闯入一个大型的石化加工厂的罪名逮捕。该石化加工厂被指破坏环境。

解析:

总的来说，准则 I(D)不适用于由于个人信仰导致的触犯民事法律的情况，因为这些行为并没有对一个成员的专业名誉、诚信或者专业能力产生消极影响。

案例 3:

会员故意将一个不是为公司出差花费的收据放在出差消费中。

解析:

这个行为涉及不诚实和欺诈，违反了正直性和诚实性要求，因此违反了道德规范的要求。

案例 4:

一个会员告诉客户通过他岳父可以低价买到车，但是他给客户高价，而自己从中拿了佣金。

解析:

会员并不诚实并且错误陈述了事实，所以违反了道德和准则。

对资本市场的诚信(Integrity of Capital Markets)

II(A)实质性的不公开信息(Material Nonpublic Information):

拥有可能影响一笔投资价值的实质性不公开信息的成员和考生，不能够利用、或者促使他人利用这个信息。

疑难指导

如何界定一个信息是否是“实质性”的？如果披露这条信息会影响一个证券的价格，或者一个理性的投资人会希望在进行投资决定前知道这个信息，那么这个信息就是实质性的。对于模棱两可的信息，就它对价格的影响来说，可以认为不是实质性的信息。在市场得到一个信息之前，这个信息是“非公开的”。一个分析员电话会议不能认为是公开了信息。公司选择性地披露信息，可能会造成“内部人交易”这样的违犯行为。

疑难指导-马赛克理论

一个洞察力很强的分析员，如果通过对公开信息，以及一些非实质的非公开信息的分析，得出了关于公司的行为或者事件的结论，即使这个结论是实质性的非公开信息，也不构成对这条准则的违反，这就是所谓的马赛克理论。

推荐的合规流程

尽合理的努力，来促使信息向公众披露。推荐公司采取相应的流程来防止不当使用实质性的非公开信息。在公司内部建立“防火墙”，包括：

- 强有力的控制相关部门之间的沟通，这些沟通应该通过合规审查部门或者法律部门进行。
- 审查员工的私人交易情况，建立一个“监视”、“限制”、“谣言”的清单。
- 当一个公司拥有实质性的非公开信息，监控和限制自营证券买卖业务。

当一个公司拥有实质性的非公开信息，禁止所有的自营证券买卖业务显然是不合适的，因为这个行为也会给市场一个信号。在这样的情况下，公司应该只作为交易对手被动接受其客户的交易。

应用举例: 准则 II(A) 实质性的非公开信息

案例 1

Josephine Walsh 在乘坐电梯到达她的办公室的时候，听到了 Swan 家具公司的首席财务官告诉该公司的总裁，该首席财务官刚刚计算了公司上个季度的盈利，发现盈利有显著的、没有预想到的下降。首席财务官还说，盈利下降的消息将在下周公布。Walsh 马上给她的经纪人打电话让经

纪人卖掉她拥有的 Swan 公司的股票。

解析:

Josephine 拥有足够的信息来明白这个关于盈利下降的信息是实质性的，也是非公开的。利用这个内幕信息交易，Josephine 违反了准则 II(A)。

案例 2:

Samuel Peter 是 Scotland and Pierce 公司的分析员，并协助他的公司为 Bright Ideas 电灯公司进行二次股票发行。Peter 通过电话会议，参与了与 Scotland and Pierce 投资银行部门员工与 Bright Idea 公司首席执行官之间的会谈。在电话会议过程中，Peter 得知了 Bright Ideas 公司的预期盈利下滑的消息。Scotland and Pierce 公司的一些销售人员和投资组合经理进出 Peter 的办公室，并由此得知了这个消息。在这个电话会议结束之前，这些销售人员代表公司的客户交易了 Bright Ideas 的股票，而公司的其他人员则为公司的账户以及私人的账户交易了 Bright Ideas 的股票

解析:

Peter 违反了准则 II(A)，因为他没有能够防止实质性非公开信息被公司其他人员转播和滥用。Peter 的公司应该建立相关机制，防止实质性非公开信息在不同部门之间传播。那些利用这则内幕信息进行交易的销售人员和投资组合经理，违反了准则 II(A)。

案例 3:

Elizabeth Levenson 工作地点在台北，并负责为她的公司(在新加坡)跟踪台北的市场。她应邀与一个制造企业的财务主管会面，同时参加会面的还有公司的其他 10 个大股东。在这次会面中，该财务主管表示，工人在下个星期五很可能罢工，从而影响生产和分销。Levenson 可以用这则信息来将该公司的推荐评级从“买入”改成“卖出”吗？

解析:

Levenson 必须首先决定这个信息是否是非公开的。如果这个信息不是公开信息(上面提到的那个一个小规模的会面并不能使这则信息变成公开信息)，那么，根据准则 II 他不能使用该信息。

案例 4:

Jagdish Teja 是一个负责跟踪家具行业的买方分析员。为了寻找一个好的投资机会，他通过研究财务报表、访问业务现场的方式分析了几个家具制造商。他也通过一些设计师、零售商了解到什么样式的家具是当前流行的。尽管他研究的公司最后都不是很好的买入机会，他发现其中的一个公司，Swan 家具公司，可能出现了问题。Swan 奢华的新款式在市场推广上花费巨大。尽管这些新的款式开始吸引了一些注意力，在长期来看，消费者还是从其他家具制造商处购买更加保守的样式。根据这个信息，以及对损益表的分析，Teja 相信 Swan 家具公司下个季度的盈利会大幅下降。他由此给出了“卖出”建议。在收到这个建议之后，投资经理马上开始出售 Swan 公司的股票。

解析:

关于季度盈利的信息是实质性的非公开信息。然而由于 Teja 是通过公开信息，和零碎的非实质

性非公开信息(例如设计师和零售商的看法), 来得到关于季度盈利下降的结论的。因此, 根据马赛克理论, 基于 Teja 的结论的交易者, 不违反准则 II(A)

案例 5:

一个会员的牙医是个积极的投资者, 他告诉会员经过他的研究 ACME Inc 公司会被行业中的一家大公司并购。会员对此进行了调查并且购买了 ACME Inc 公司的股票。

解析:

这里没有违反道德准则因为牙医并没有内部消息, 他是自己得出的结论。这个消息也不是重大消息, 因为投资者在投资之前也不用去想知道会员的牙医是怎么想的。

案例 6:

一个会员事先得到了第二天将在全国性报纸上公布的股票购买推荐, 根据这个购买了股票。

解析:

在全国性报纸上的推荐很有可能会引起股价上涨, 所以这是重大非公开信息。所以会员使用了重大非公开信息, 违反了道德和准则。

案例 7:

会员和一个共同基金的投资组合经理一起吃午餐, 这个经理以其选股能力而出名, 并且他的股票购买和出售一经公布经常会影响股价。投资组合经理告诉会员他明天将卖出所有的 Able Inc 公司的股票, 会员卖出了该公司的股票。

解析:

基金卖出 Able 的股票是一个重大消息因为这个消息将有可能使股价下降。因为这些消息当时还没有公布, 会员根据这些重大非公开消息作出决策违反了道德规范。

案例 8:

一个会员经纪人收到了上例中投资组合经理卖出股票的指令。经纪人在执行卖出指令之前先卖出了自己的头寸, 因为经纪人自己的头寸相对于基金要卖出的头寸很小, 所以没有影响到价格。

解析:

经纪人利用了重大非公开信息(基金要卖出股票), 违反了道德准则。

专家评述:会员如果在进行交易之前先进行自己账户的交易, 同样是违反准则 VI(A)的。如果会员在执行了基金交易以后卖出自己的股份, 那么他仍然是违反了准则 II(A)的。因为它利用了自己及对于基金交易的了解, 而这些信息在当时是非公开的。

案例 9:

一个会员基于下周将要在杂志上发表的文章拷贝进行交易。

解析:

由于发表前这是非公开信息, 因此违规。

II(B)操纵市场(Market Manipulation):

成员和考生，不得参与以误导市场参与者为目的的扭曲股价和人为放大交易量的行为。

疑难指导

这条准则适用于以欺骗市场为目的的、以扭曲金融工具的价格设置机制为手段或者依靠取得一个控制权的头寸以操纵一个相关的衍生品或者标的资产本身价值的交易。传播错误的谣言也是禁止的。

应用举例:准则 II(B) 操纵市场

案例 1:

Matthew Murphy 是 Divisadero 证券公司的分析员，该公司最重要的经纪客户中有很多是对冲基金。在公布季度报告的前两个交易日，Murphy 告诉他的销售队伍，他准备发出一个关于 Wirewolf Semiconductor 的研究报告，包括如下的观点

- 季度的盈利很可能低于管理层的预期
- 每股盈利将比一致的预期低至少 5%(很可能超过 10%)
- Wirewolf 的受人尊敬首席财务官可能加入另外一个公司

由于 Murphy 知道 Wirewolf 公司已经进入了公布季度盈利的“沉默期”(所以不会对市场的谣言进行辟谣)，Murphy 别有用心的选择了公布这个报告的时间，来用这些负面的消息刺激市场，以给 Wirewolf 公司的股票造成很大的下行压力，从而为 Divisadero 公司的对冲基金客户牟利。整个研究报告的结论是基于猜测而不是事实之上的。第二天，这个研究报告被发送给了所有的 Divisadero 公司的客户以及普通新闻服务机构。。

在 Wirewolf 公司的投资者关系部门评估该报告造成的影响和辟谣之前，Wirewolf 公司的股票开盘就大幅跳水，使 Divisadero 的对冲基金客户得以填平空头的头寸，实现大量的盈利。

解析:

Murphy 违反了准则 II(B),因为他试图制造人为的价格波动，来对 Wirewolf 公司的股票的价格进行实质性的影响。另外，由于他的推介没有足够的根据，他还违反了准则 V(这条准则在后面会具体讲到)

案例 2:

Sergei Gonchar 是 ACME 期货交易所的主席。该交易所准备引入一个新的债券期货合约。为了让投资者、交易员、套利者、套期保值的人等等来使用这个合约，该交易所打算向他们证明，该合约有着最好的流动性。为了达到这个目的，交易所和其成员达成协议，这些成员保证在一段时间之内，在这个合约上完成巨大的一个最低交易量。作为回报，交易所对这些成员的普通佣金给与一个显著的折扣。

解析:

市场的流动性理论上是由做市商的义务来决定的，但是实际的流动性一般是由交易量和买卖价差来衡量的。在流动性方面误导参与者的行为是违反准则 II(B)的。在这个例子里面，投资者被有

意的误导，来相信他们选择的合约有着最好的流动性。而在交易所和其成员协议期结束之后，如果交易所的策略没有奏效，投资者将会看到成交量大幅萎缩。但是，如果 ACME 期货交易所完全披露了他和其成员之间关于在初始引入阶段抬高交易量的协议，就没有违反准则 II(B)。在这种情况下，ACME 期货交易所的目的是给予投资者更好的服务，而不是伤害投资者，在这样的目的下，可以进行一些提高流动性的策略，但是这些必须被完全披露。

案例 3:

一个会员想要卖出其管理基金下的一些流动相对较差的股票。他在该基金和他所管理的其他基金之间买卖该股票以造成股票活跃的假象和股价上涨，这样会减轻卖出全部头寸对市场的影响，基金的投资者将会得到较高的收益。

解析:

这个交易行为目的是误导市场参与者，所以违反了道德规范。基金投资者通过这个交易行为获利的事实并不能改变这个交易的违规性。

案例 4:

会员为了使一个公司的股价上升在电子公告栏里发布了关于该公司虚假信息。

解析:

这违反了道德准则。

II.对客户和潜在客户的责任(Duties to Clients)

III(A)忠诚，审慎，尽心尽职(Loyalty, Prudence, and Care):成员和考生，必须忠于客户、尽心尽职，审慎判断。成员和考生必须维护他们客户的利益，把客户的利益置于他们雇主和自身的利益之上。在处理和客户的关系上，成员和考生必须在确定相关受托责任基础上，履行对该等人士负有的义务，维护信托人的利益。

疑难指导

一切以客户的利益为上

- 成员和考生必须审慎、尽心尽职，程度上应该与一个拥有类似能力和对相关事件有类似熟悉度的人一致。
- 在管理客户资产的时候，要按照相关的文件，例如信托文件或者投资管理协议。
- 考虑到整个投资组合的情形下做投资决定。
- 代理投票的时候，应该知晓利弊，以一个负责的方式来投票。出于成本收益的考虑，不一定要参与所有的代理投票。
- 客户的佣金费用，或者是“软美元”、“软佣金”必须用来为客户谋福利。
- 客户可以是一个投资整体或单个实体或个人。

推荐的合规流程:

以至少每季度一次的频率，向客户提交处于受托管理之下的所有证券和所有的借贷交易明细清单。

推荐公司在制定关于受托责任的政策和流程的时候，处理好下面这些问题：

- 符合相关法律法规
- 为客户建立投资目标。根据客户的需要和背景状况、投资的基本特性或者投资组合的基本特性来考虑投资组合的适宜性。
- 分散投资
- 在涉及投资行为的时候，要公平对待所有的客户
- 披露利益冲突
- 披露报酬安排
- 在行使代理投票权的时候，要以客户和最终受益人的利益为重
- 保守机密
- 力求做到最好
- 一切以客户的利益为重

应用举例:准则 III(A)忠诚，审慎，尽心尽职

案例 1:

First Country 银行是 Miller 公司养老金基金的信托人。Miller 现在是 Newton 公司恶意收购的目标。为了阻止 Newton 公司的收购，Miller 公司的管理层劝说 First Country 银行的投资经理 Julian Wiley，用该公司的雇员养老金基金账户在公开市场收购 Miller 公司的股票。Miller 公司的管理人员暗示，如果 Julian Wiley 答应他们的要求，Miller 公司会感激 First Country 银行，并可能将其他的账户放在该银行托管。尽管 Julian Wiley 认为 Miller 公司的股票已经被高估，因此从投资角度上来说不应该买入，他仍然购买了 Miller 公司的股票来支持现在的管理层，以维持和 Miller 公司良好的关系，并期望着更多的业务机会。大量的股票购入抬高了 Miller 公司的股票价格，因此 Newton 公司收回了恶意收购的计划。

解析:

准则 III(A)要求成员或者考生，在评估一个收购行为的时候，应该完全依该养老基金的参与者、受益人的利益行事。为了达到这个要求，成员或者考生必须仔细的对比一个公司的长期前景，收购行为带来的短期前景以及投资于其他地方的能力。Wiley，在代表他的公司 First Country 银行(即信托人)进行投资时，明显违反了准则 III(A)，因为他在用该养老金来支持现在的管理层的时候，很可能给该养老金的参与者以及公司的股东带来了损失，而给自己带来了利益。(在这里，尽管 Miller 公司的管理层控制公司，但是该公司养老金基金的参与人和受益人是公司的员工，并不是管理层。)Wiley 对于养老金参与者和受益者的责任，必须凌驾于他和公司管理者之间的关系和他个人的利益之上。作为一个投资经理，最重要的原则是一个投资决定对这个养老金是否合适，而不是这个投资决定是否会给 Wiley 本人或者他的公司带来好处。

案例 2:

Emilie Rome 是 Raget 信托公司的信托员。Rome 的上司负责审查 Rome 的信托账户的交易，以及 Rome 自己的私人股票交易的月度报告。Rome 几乎只用一个经纪人 Nathan Gray 来交易信

托资金账户。作为回报，当 Gray 作为股票的做市商的时候，对于 Rome 私人的股票交易，Gray 给与了一个比 Rome 的信托账户(即客户的账户)和其他投资者更加优惠的佣金价格，以及更高的出售价格。

解析:

Rome 很明显违反了她对信托账户顾客的忠诚，因为她使用 Gray 的账户的原因是为了换取自己私人账户更加优惠的佣金价格，以及更高的出售价格。

案例 3:

一个会员使用一个价格相对较高并且研究水平和执行能力一般经纪人做客户账户交易。

经纪人为会员公司支付租金和其他管理费用作为回报。

解析:

会员使用了客户的服务佣金并没有有利于客户，并没有给客户带来最优的价格和操作，这违反了道德准则。

案例 4:

为了从经纪人 X 那里得到账户管理业务，会员将账户交给经纪人 X 管理作为激励，从经纪人 X 得到更多的账户管理业务。

解析:

如果经纪人 X 没有提供最优价格和交易操作或者将交易交给经纪人 X 没有披露给客户，这都违反了道德准则。除非客户给出了书面说明会员不需要得到最优的价格和操作并且他们知道他们这个决定对他们账户的影响，会员都要履行为客户寻找最优价格和操作的义务。

案例 5:会员在完成客户目标之外又做了其他交易主要是为了增加自己的佣金收入。

解析:会员使用了客户的资产(经济费用)去谋取自身利益，这违反了道德准则。

案例 4:

会员为了给自己增加代理收入,超出完成客户投资目标的需要给客户做了更多不必要的交易。

解析:

会员用客户资产满足自己的利益是违规的。

III(B) 公平对待(Fair Dealing):

成员和考生在提供投资分析、提出投资建议、采取投资行动和从事其他专业活动的时候，必须公平、客观地对待所有客户。

疑难指导

当发布投资推介或者采取投资行动的时候，不能够歧视任何的客户。当然，公平不意味着对所有的客户花费同等的的时间、精力。在正常的业务流程中，不同客户接受到电子邮件、传真的时间可能有不同。对于不同客户给予不同程度、不同水平的服务是可以，但是不能够对任何顾客产生消极影响、或者把他们放在不利的地位。应该把不同程度的服务披露给客户或者潜在客户，任何愿意支付相应的价格的客户都应该能够享受到优等的服务。

疑难指导-投资推介

当客户面对每个投资推介采取相应投资行动时，应该给予所有的客户一个公平的机会。如果顾客不知道投资推介发生了变化，在接受顾客的买卖指令之前，应该告知顾客这个投资推介评级的变化。

疑难指导-投资行动

根据客户的投资目标和背景，公平地对待每一个客户；以一个公平、无偏地方式对待个人和机构投资者客户。成员和考生不能利用他们在行业中的地位来使某客户处于不利地位(例如初次募股发行的时候)

推荐的合规流程

鼓励公司建立相应的合规审查流程，要求合适地分发投资建议、公平地对待所有客户。在建立保证公平对待客户的流程中时，应该考虑下面提到的几点：

- 在改变一个投资建议之前，应该限制知道这个信息雇员的数量。
- 在投资建议的决定作出之后，尽快将信息传达到客户。
- 发布相应的员工守则，在准备一个投资建议正式发布前的行为。在投资建议正式发布之前，知晓该信息员工禁止讨论该信息或者基于该信息采取投资行动。
- 对所有对该投资表示过兴趣的客户、或者适宜该投资的客户，应该把新的或者更新的投资推介同时传达给他们。
- 建立一个客户和其持有证券的清单(这样就可以知道哪些客户适合或者持有一项投资)，以确保所有的客户被公平的对待。
- 建立书面的交易配置流程，从而确保对所有的客户公平，保证快速、有效的买卖指令执行，以及客户头寸的准确性。
- 披露交易配置流程。
- 建立一个系统的账户审查机制，来保证没有客户受到特别的优待，确保投资行为和该账户的投资目标一致。
- 披露提供的不同程度、不同水平的服务。

应用举例:准则 III(B) 公平对待

案例 1:

Bradley Ames 是一个知名的、受人尊重的分析员，负责跟踪计算机行业。在他的研究过程中，他发现一个不太知名的、股票在场外交易(Over-the-counter)的小企业，刚刚和一些他负责研究的一些公司签订了数额巨大的合同。在大量的调查之后，Ames 决定写一个针对该公司的报告，并做出“买入”推荐。在这个研究报告还处在被公司审阅准确性的阶段时，Ames 和他几个最好的客户进行了一个午餐会来讨论这个推荐的计算机公司。在午餐会上，他提到了他的买入建议，而按照日程，该建议在下一个星期初才会被发送到公司的所有客户手中。

解析:

Ames 违反了准则 III(B)，因为在投资建议被分发到所有的客户之前，Ames 把买入的建议在午餐会上告诉了部分客户。

案例 2:

Spencer Rivers 是 XYZ 公司的总裁。由于一家银行的混合型基金(Commingled Fund)在之前五年的表现非常好, Spencer Rivers 将他的公司的成长型养老基金转移到这个银行。几年之后, Rivers 将这个养老基金的表现和该银行的混合型基金比较。他非常吃惊的发现, 尽管两个账户有着相同的投资目标和相似的投资组合, 他的公司的养老金基金表现远不如该银行的混合型基金。在和基金经理的下次会谈中, 他对这个结果提出了疑问。Rivers 被告知, 作为一个政策, 当一个新的证券被放到“买入推介”列表的时候, 养老金基金经理 Morgan Jackson, 总是先为混合型基金购买, 然后再按照比例为其他的养老金账户购买。类似的, 当一个证券被放到“卖出推介”列表时, 总是先卖出混合型基金里面的股票, 然后再卖出其他的养老金账户中的该股票。Rivers 还得知, 如果该银行没有办法得到对所有账户来说足够多的新发行股票(特别是对于热门的股票), 该银行的政策是把得到的新发行股票只放到混合型基金里面。

看到 Rivers 对该解释很不满意, Jackson 马上说, 在买卖方面, 非委托授权养老金账户和个人信托账户的优先级比全权委托养老金账户低。另外, Jackson 说, XYZ 公司的养老基金有在混合型基金里面投资 5% 的机会。

解析:

该银行的政策没有公平地对待所有的客户。通过将混合型基金优先于其他的基金账户买卖的行为, Jackson 本人也违反了对客户的责任。Jackson 必须系统性的、以对所有客户公平对待的方式来执行买卖交易。另外, 交易的配置流程必须在开始(而不是被客户事后追问)的时候披露给所有客户。当然即使是开始时候做了披露, 公司的政策的不公平性并没有变化。

案例 3:

会员从目标公司得到了关于 IPO 的建议, IPO 是超额认购的, 所以会员将自己的账户和其他个人的账户购满, 从而减少了机构投资者的认购数量。

解析:

会员违反了道德规范, 他必须向雇主和客户披露他接收到了关于 IPO 的建议。他不能用自己的账户认购 IPO 并且必须将 IPO 按认购比率分配给所有参与认购的客户。

案例 4:

会员推迟了将交易分配到客户的账户里。当她分配交易时候, 她将升值的头寸分给了自己喜欢的客户, 将盈利状况不好的头寸分给了其他账户。

解析:

这违反了道德规范。会员应该在交易进行之前将交易分配给特定的账户或者将交易按比例及时分配给合适的账户。

案例 5:

受到最小规模限制, 组合经理将超配债券给了没有这些比例限制的客户。

解析:

他有理由(最小规模)将资产从严格比例限制配置给客户, 没有违反公平交易。

III(C)合适性(Suitability):

i.当成员和考生与客户之间,存在提供投资建议的关系的时候,成员和考生必须:

- 1.在作出任何投资建议或者采取任何投资行动之前,应对客户或者潜在客户的投资经验、风险和回报目标以及财务状况限制做出合理、足够的了解,并定期重新评估和更新信息。
- 2.在作出一项投资建议或者采取一项投资行动之前,应该确定,这项投资是否适合顾客的财务状况,是否符合客户制订的书面目标、委托书以及限制条件。
- 3.根据客户整个投资组合之特征来判断投资的合适性。

ii.当成员和考生负责根据一个特定的委托书、投资策略和投资风格来管理一个投资组合的时候,所提出的投资建议和采取的投资行动都必须符合这一投资组合明确要求的目标和限制条件。

疑难指导:

和客户存在咨询关系的时候,必须在这种关系开始的时候就以投资政策书(Investment Policy Statement)的形式收集客户的相关信息,并充分考虑客户的需求、背景情况以及对风险的承受力,以及财务杠杆的使用(指借债进行证券交易)是否适合客户。

如果成员负责管理一个指数基金,或者其他的有着书面委托书的基金,要确保投资活动是和这些委托书一致的。

推荐的合规流程

- 将每个客户的需求、背景情况以及他们的投资目标整理成书面的投资政策书(IPS)的形式。
- 考虑不同种类的客户,看是否存在分开的受益人、投资目标(风险、回报目标)、投资限制(流动性需要、期望的现金流、时间、税收、监管和法律环境)、以及回报的衡量标准。
- 定期审阅投资者的目标和限制,来反映客户背景情况的变化。

应用举例:准则 III(C) 合适性

案例 1:

投资顾问 Jessica Walters 建议一个风险规避型的客户 Brian Crosby 在其股票投资组合中运用抛补的看涨期权(Covered Call),这样做的目的在于提高 Crosby 的收入,并且在证券市场或者其他环境对其持有的投资组合造成消极影响的时候,抵消可能带来的投资贬值。Walters 告诉了 Crosby 所有可能的结果,包括:当股票价格上涨,看涨期权被执行时造成的一个附加税务负担,以及在股票价格大幅下挫的时候,他的投资组合失去保护的情况。

解析:

当考察一个投资的适宜性的时候,主要的焦点应该放在客户整个投资组合的特点上,而不是单个的来考察这项投资,因此,整个投资组合的基本特性很大程度决定了一项投资建议是否充分考虑了客户的背景因素。因此,一项具体的投资,最基本的方面是那些影响整个投资组合性质的方面。在这里,Walters 恰当在投资组合的背景下的考虑了这项投资,并且详尽地向客户进行了解释。

案例 2:

Max Gubler 作为一个大型金融集团财产保险部门的首席投资官,希望更好的分散公司投资组合的风险,并提高受益。公司的投资政策声明(Investment Policy Statement)要求只投资于有高度

流动性的资产，例如，市值很大的公司的股票(large caps)、政府债券(governments)、超国家实体(supre-nationals,例如世界银行)债券、AA 级别以上的、5 年到期以内的公司债券。在一个近期的演示会上，一个风险投资团为他们的一个提供种子资金的私募股权基金筹集资金，开出了非常诱人的预期受益。一个退出机制已经存在，但是投资人必须承受一个三年的锁定期，而之后则是一个累进的推出机制，每年退出的资本不能超过三分之一。Gubler 不希望失去这样一个机会，在对该投资、以及公司目前的投资组合进行了详尽的分析和优化之后，他决定投资 4%在这个基金里面，使得整个投资组合的股权风险敞口仍然远在上限之内。

解析:

这个案例有着很大的陷阱，乍一看似乎 Max Gubler 对投资进行了分析，根据投资组合进行了优化，风险也在控制范围内，没有违反什么专业行为准则。实际上，他违反了准则 III(A)以及准则 III(C)。这项新的投资，将锁定公司的资产至少三年，甚至五年以上。因为投资政策已经明确要求，只投资于有高度流动性的资产，并且已经描述了可以接受的资产类型。很明显，一个有着锁定期的私募股权投资不符合要求。即使不考虑锁定期的问题，由于这样的资产的市场流动性不好，也是不适合的。尽管一个 IPS 将目标和限制很详细的进行了描述，投资经理仍应该尽力去了解客户的业务和面对的环境，去认识、理解、并和客户讨论在投资过程中可能成为实质性内容的因素。

案例 3:

会员将一个具有低风险忍受度和低收益回报要求的客户的资金很大部分投资在高风险和无股息支付的证券上。

解析:

这违反了道德规范。

案例 4:

会员将一个不符合基金投资要求的证券放入了基金组合，根据基金披露的要求这是不允许的。

解析:

这也违反了道德规范。

案例 5:

会员开始自己的资金管理生意却把所有客户放到朋友对冲基金那。

解析:

这违反了合适性，他必须匹配每一个客户的需求和投资环境，不能光像个朋友公司的销售部门那样做。

III(D)陈述投资表现(Performance Presentation):

在陈述投资表现的信息的时候，成员和考生必须采取足够的努力确保这些信息是公正、准确和完备的。

疑难指导

成员和考生必须避免对投资表现的错误陈述、避免在陈述他们自己或者公司的投资表现方面误导客户(潜在客户), 不能够对过去的表现和将来的期望表现进行不当陈述, 不能够宣称或者暗指过去实现的回报率在将来也有能力实现。

推荐的合规流程

鼓励公司采用全球投资表现标准。这条准则的义务, 也可以通过以下的要求来达到:

- 在进行投资表现陈述的时候, 考虑到听众对金融方面的了解程度。
- 陈述一组类似的投资组合的业绩表现之加权平均值, 而不是一个单一账户的表现。
- 在计算历史表现的时候, 包括进流失的客户的账户。
- 包括进所有合适的披露, 透彻地解释结果的含义(例如, 含有模拟计算的数据, 手续费前或手续费后的收益等等)
- 保留计算投资表现时候用到的数据和记录。

应用举例: 准则 III(D) 陈述投资表现

案例 1:

Taylor 信托公司的 Kyle Taylor, 在其发给他的潜在客户的宣传材料上面提到 Taylor 公司过去的两年里面普通信托基金的投资表现, 并由此写道, “您能够期望得到稳定的高达 25% 年度复合增长率的投资回报”。Taylor 公司的普通信托基金在上一年确实增长了 25%, 但是这和市场大盘的增长一致。然而这个基金, 从来没有实现稳定的 25% 的年度复合收益率超过一年。该公司所有的信托账户在过去五年内的平均增长率只有 5%。

解析:

Taylor 使用的宣传材料违反了准则 III(D)。Taylor 应该披露 25% 的增长率其实只持续了一年。另外, Taylor 没有包括除了普通信托基金以外其他的基金的表现, 就宣称整个公司的投资收益也高达 25%。最后, 由于 Taylor 宣称他的客户能够“期望得到稳定的高达 25% 年度复合增长率的投资回报”, 他违反了准则 I(C)-不当陈述。根据准则 I(C), 不能够宣称保证一个投资的收益。

案例 2:

Aaron McCoy 是一个新成立的公司 Mastermind Financial Advisors 公司的股权投资组的副总裁和管理合伙人。Mastermind 招聘 Aaron McCoy 的主要原因是, 他在 G&P Financial 有着六年的良好投资纪录。在为 Mastermind 宣传和营销的过程中, McCoy 制作了一个宣传材料, 包括了他在 G&P Financial 公司里工作时在股权投资方面的良好表现。Mastermind 的宣传材料, 没有提到这个投资表现其实是 McCoy 在为前任雇主工作时实现的。这个宣传材料被分发到 Mastermind 的客户和潜在客户手中。

解析:

McCoy 分发含有对历史表现的实质性不当陈述的材料, 并因此违反了准则 III(D)。准则 III(D) 要求, 成员和考生必须尽力保证关于投资表现的信息是关于一个公司或者个人公平、准确、完整的陈述。总的来说, 这条准则并不是禁止展示在先前公司里面管理基金实现的投资表现, 但是前提是在陈述这些表现的时候, 必须披露是在什么地方实现的、这个人在实现这个表现的时候起到

了什么作用。如果 McCoy 选择使用他在 G&P Financial 时候实现的投资表现，他必须对这个历史表现的来源做充分的披露。

案例 3:

会员将估计的投资策略结果加入了促销小册子，没有说明这些结果不是真实的经营数据。

解析:

这个会员违反了道德规范。

案例 4:

在给潜在客户的资料中，会员在计算高价股组合的表现时，选了表现相对较好的账户，并且将一些中价股也包括在其中。

解析:

会员试图通过错误展现她的投资成果来误导客户，这违反了道德准则。

III(E)保密(Preservation of Confidentiality):

成员和考生必须对现在的客户、过去的客户和潜在的客户的信息加以保密，除非该信息

- 1.涉及非法活动，影响客户或潜在客户的利益。
- 2.按照法律需要进行披露
- 3.客户(潜在客户)同意披露该信息。

疑难指导

如果客户涉及非法活动，成员可能有义务将这个行为汇报给监管机构。这个保密的准则对之前的客户也适用。

这条标准并不是为了阻止成员或者考生与注册金融分析师协会的专业行为委员会(Professional Conduct Program)调查的合作。

推荐的合规流程

成员和考生应该避免披露从客户处得到的信息，但是把这个信息告诉自己公司为同一个客户服务的同事不受此限制。

应用举例:准则 III(E) 保密

案例 1:

Sarah Connor 是 Johnson Investment Counselors 公司的金融分析师，并为城市的医疗中心的信托人提供投资咨询。信托人给了她(Sarah)很多城市医疗中心的内部报告，内容涉及该中心的医疗建筑的更新和扩展。他们要求 Connor 来推荐一些投资，来实现捐赠基金的资本增值以满足需要的资本性支出。一个当地的商业主 Thomas Kasey 找到 Connor，表示他正在考虑给城市医疗中心或者另外的一个当地的医院一笔大额的捐助。他希望了解两个医疗机构的建设计划，但是他不愿意直接和信托人(即医疗中心)对话。

解析:

城市医疗中心的信托人将内部报告交给 Sarah Connor, 是为了让 Connor 提出如何管理捐赠基金的建议。因为报告里面涉及到的内容明显是机密的, 且在她和客户保密的范围内的, 因此, 根据准则 III(E), Conner 必须拒绝商人 Thomas Kasey 的请求。

案例 2:

David Bradford 为一个经营房地产开发的家族企业管理财产。他同时管理该家族的几个成员以及公司的管理人员(包括首席财务官)的私人投资组合。根据该公司的财务记录, 以及他观察到该首席财务官一些可疑的行为, Bradford 相信该首席财务官挪用了公司的钱财, 并转移到自己的私人投资账户上。

解析:

Bradford 应该征求他的公司的合规审查部门或者外部的法律顾问的意见, 来确定相关的证券法规是否要求报告该首席财务官的可疑的财务记录。(CFA 道德标准和职业行为准则并不要求向监管机关报告)

案例 3:

会员从客户得知客户的一个目标就是将更多组合收入捐赠给慈善机构, 因此会员建议一个做慈善机构主席的朋友去联系这个客户, 去得到一笔捐赠。

解析:

会员将经营中的得到的客户消息泄漏出去, 这违反了道德准则。

案例 4:

会员得知一个养老基金客户在基金收费方面违反了法律。

解析:

会员必须将这件事报告给监管者并且努力去制止不合法行为。如果这样做不成功, 会员应该就是否应该向法律部门和监管部门披露咨询法律意见, 并且远离任何有关该养老基金的活动。

III.对雇主的责任(Duties to Employers)

IV(A)忠诚(Loyalty):

成员和考生必须把雇主的利益放在他们自己的利益之上。在关于他们雇佣关系的问题上, 成员和考生必须维护雇主的利益, 不能剥夺雇主利用他们的技能和能力的权利, 不能泄露机密信息, 或者对雇主造成其他伤害。

疑难指导

成员不能参与任何会给公司造成损失的行为, 不能够剥夺公司的利润, 不能剥夺雇主利用他们的技能和能力的权利。但是, 必须把客户的利益置于公司的利益之上。另外, 这一条准则并不要求雇员要把公司的利益, 置于雇员的家庭和其他个人的责任之上; 雇员和雇主应该讨论这些问题, 并考虑如何平衡家庭责任与工作上的责任。

疑难指导-雇主责任

鼓励会员给雇主一份 CS 规定，不应该有对雇员违规行为的激励机制。

疑难指导-独立的业务行为

只有在下面的条件满足的情况下，才能从事公司业务以外的另一份获取薪酬的职业:书面告知雇主并详细描述将从事的工作、报酬、工作期间以及这些工作的实质，并且在开始工作之前获得雇主的完全同意。

疑难指导-离开原雇主

在辞职生效之前，成员必须维护雇主的利益。如下的行为都会造成对该条准则的违反:

- 私自带走交易秘密
- 对机密信息的不当使用
- 在离开之前就去争取原雇主的客户
- 自我交易(指利用职位，影响或控制一组织使其进行交易，该交易带给上述人士不合理的利益，且常危害组织)
- 挪用客户列表清单

当雇员离开公司之后，关于之前的客户的名字这样的简单信息一般来说不是机密的。并且，对使用在前面一个雇主处得到的经验或者知识，也没有限制。

疑难指导-打小报告

为了保护客户的利益，或者为了维护资本市场的诚信，而不是为了个人的得失的情况下，有时候可以违反对雇主的忠诚责任(有限忠诚)

疑难指导-雇佣关系的实质

这条准则的效力取决于雇佣关系的实质(即作为雇员，而不是独立的承包人)。如果成员或者考生是独立的承包人，仍然有义务遵守相关协议。

应用举例:准则 IV(A) 忠诚

案例 1:

James Hightower 为 Jason 投资管理公司工作了 15 年。他从一个分析员干起，并逐步承担了更大的责任，现在是该公司的资深投资经理和公司的投资政策委员会的成员。Hightower 决定离开 Jason 投资公司，并开创他自己的投资管理业务。Hightower 注意不跟 Jason 公司任何的客户提起他准备离开的事情，以免被控告在离开公司之前争取 Jason 公司的客户，违反了他对 Jason 公司的责任。Hightower 准备复印，并带走他在 Jason 公司期间开发或者工作用过的文件和资料，包括(1)客户名单，包括地址，电话号码，以及其他的相关信息；(2)客户的账户明细；(3)向潜在客户宣传公司用的材料样本，其中包括 Jason 公司投资纪录；(4)Jason 公司的推荐证券清单；(5)决定有不同目标的各账户资产配置的计算机模型；(6)股票选择时用的计算机模型；(7)Hightower 自己做分析员的时候开发的、储存在私人的电脑上的电子表格(Excel Spreadsheet)，该电子表格是用来推荐主要公司的。

解析:

除非获得了雇主的同意，离开雇主的雇员不能够带走雇主的任何财产，包括书籍、记录、以及其

他的材料，也不能够影响他们雇主的业务机会。带走雇主的任何资料，即使这些资料是由该雇员本人准备的，也违反了准则 IV(A)。

案例 2:

Dennis Elliot 公司雇用了 Sam Chisolm，而 Sam Chisolm 之前曾经在一个竞争对手的公司工作。Chisolm 在那个公司工作了 18 年之后离开。当 Chisolm 开始为 Elliot 公司工作的时候，他希望联系他以前的客户，因为他熟悉那些客户，而且相信他熟悉的那些客户都会跟着他到新的雇主公司。如果 Chisolm 和他之前的客户联系，他是否违反了准则 IV(A)?

解析:

这个案例很好，通过解析能够知道，和之前的客户联系，如何的行为是不违反职业道德规范的。因为客户的纪录是公司的财产，未经之前的雇主许可，通过客户清单或者从之前雇主处得到的其他信息联系之前的客户是违反职业道德规范 IV(A)的。另外，和之前的客户交往的程度还可能受到雇员与前雇主签订的“非竞争性协议”的管制。

但是，当雇员离开公司之后，关于之前的客户的名字这样的简单信息一般来说不是机密；就像从前一个雇主处得到的经验或者知识不是“机密”信息一样。道德规范和专业行为准则并不禁止在新的雇主处运用从前一个雇主处得到的经验或者知识，也不禁止联络之前雇主的客户(假设没有“非竞争性协议”的存在)。雇员在离开前雇主之后，可以使用公开的信息来联络前雇主的客户，而并不违反准则 IV(A)。

总而言之，当“非竞争性协议”不存在时，只要 Chisolm 在加入 Elliot 公司之前仍然履行对前雇主的义务，离开前雇主之前没有去争取其客户，并且没有在未经前面雇主的许可下使用前雇主的材料，他就没有违反道德规范和专业行为准则。

案例 3:

几个雇员打算在几个星期之内离开他们现在的雇主，并且注意不参与任何可能违反他们对其雇主责任的行为。他们刚刚得知，他们公司的一个客户发出了建议要求书(Request for Proposal)，并且很可能雇用另外的投资顾问。这个建议要求书被发送给他们的雇主，以及其所有的竞争公司。他们相信，他们准备成立的新公司将能够回应这个建议要求书，并且能够做这个业务。建议要求书回执日期的截止时间在这几个雇员辞职生效之前。这些雇员可以在他们离开该公司之前回应这个客户的建议要求书吗？

解析:

由于这些雇员的雇主会回应这个客户的建议要求书，如果这些雇员也回应这个建议要求书，那么，就会构成和其雇主的直接竞争，从而违反了准则 IV(A)，除非这些雇员获得了其雇主与发出这个建议要求书的客户的同意。

案例 4:

会员将他现在的雇主的客户和潜在客户招揽到他新加入的一个公司的账户下。

解析:

会员在仍被雇主雇佣时候招揽雇主的客户和潜在客户，这违反了道德准则。

案例 5:

两个员工讨论参与雇员引导的收购，收购他们公司新的投资管理业务。

解析:

这并没有违反道德准则，他们的雇主可以商讨怎样回应收购要约。如果这样的收购发生，应该将变化及时通知客户。

案例 6:

会员 A 以一合同工的形式在为雇主 A 写一个公司的研究报告(使用雇主 A 的场地和资料)，雇主 A 并不同意其他人使用这份研究报告的权利。当她完成这个报告时，她在雇主 B 那里得到了一份全职工作，将研究报告的草稿给了雇主 B。

解析:

她没有将研究性报告的使用权首先给雇主 A,因此违反了道德规范。她应该小心，不该从雇主 A 那里带走任何与准备研究报告有关的资料。

案例 7:

会员在做不付费的实习生时帮助公司开发了一套软件系统，他被另一个公司全职雇佣时，不经同意将这个软件带到了新公司。

解析:

她应该算是原公司的雇员，没有经过雇主的同意拿走了雇主的财产，这违反了道德规范。

案例 8:

会员准备离开现在的雇主，在证监会注册，租办公室并买办公用品，为自己开新公司做准备。

解析:

只要这些准备工作没有影响到他的现在工作表现，就没有违反道德准则，如果在离开雇主前招揽原雇主的客户，违反了道德准则。

案例 9:

会员是一个投资公司的全职员工，在没有经过雇主同意之前想接受一份有薪酬的市长工作。

解析:

如果会员作为市长的工作没有影响到公司的利益，并且没有影响到会员在公司的工作时间和工作表现，就没有违反道德规范。

案例 10:

会员已经离开了原雇主，使用公开的信息得到了原来客户的电话号码，为他的新公司招揽这些客户。

解析:

如果会员和原雇主之间没有禁止这样招揽行为的条约，这些行为就没有违反道德规范。

IV(B)附加的报酬安排(Additional Compensation Arrangements):

成员不得在获得所有相关方的书面同意前，从事任何与雇主利益冲突、或者有足够理由相信会导致这种利益冲突的礼品、好处、报偿或酬金。

疑难指导:

报酬的定义很广，包括了来自客户或者第三方的，直接的或者间接的报酬。“书面同意”包括以电子邮件的形式同意。

推荐的合规流程:

对于除雇主给予的报酬之外附加的报酬，应该立即向雇主做出书面的报告，报告中需要包括将要提供的服务和获得的报酬。

应用举例:准则 IV(B) 附加的报酬安排

案例 1:

Geoff Whitman 是 Adams 信托公司的投资组合分析员，负责管理一个客户 Carol Cochran 的账户。Whitman 的雇主支付 Whitman 工资，而 Cochran 向这个信托公司支付一个基于她的投资组合市场价值的标准费用。Cochran 告诉 Whitman，如果在任何一年里面，他的投资组合实现了 15% 的税前收益，Whitman 和他的妻子可以在一月的第三个星期飞到摩纳哥，使用 Cochran 的房子，而 Cochran 将支付一切费用。Whitman 没有告诉他的雇主这样一个安排，就在一月的假期应 Cochran 之邀前往摩纳哥。

解析:

由于没有书面的告知他的雇主关于这个补充报酬的安排，Whitman 违反了准则 IV(B)。这个安排的本身，可能会使 Whitman 偏向 Cochran，从而影响 Whitman 管理公司其他客户的账户。Whitman 在接受这个补充报酬安排之前，必须获得他的雇主的书面同意。

案例 2:

会员是一个公司的董事，并且他在客户账户中购买了该公司的股票。作为公司董事，他免费得到了公司产品。

解析:

接受产品应该被看成他的报酬，如果他向雇主披露额外的报酬，他就违反了这则准则。

IV(C)作为上级的责任(Responsibilities of Supervisors):

采取一切合理的努力，来监督受其监督或管辖之人员，以防这些人员参与违反有关法律、法规、条例或《道德规范以及专业行为准则》内各条文之行为。

疑难指导

成员必须采取步骤，来防止其管辖之人员违反法律、法规、条例或《道德规范以及专业行为准则》，并采取合理的努力来发现违反这些法规的行为。

疑难指导-合规流程

一个完备合规审查系统应该达到行业标准、监管要求、以及《道德规范以及专业行为准则》的要求。当成员负有领导的责任的时候，如果合规审查系统不完备，有义务向公司的管理层提出，并且推荐相应的更正措施。如果公司拒绝建立完备的合规审查系统，该成员应该谢绝接受任何的领导责任。在调查一个可能违反合规流程的事件时，限制被怀疑对象的活动是合适的。

会员或者考生面对没有合规流程或者个人认为不充分的合规流程的情况下，必须以书面形式拒绝监管责任，直到公司采取了充分合理的合规流程。

推荐的合规流程:

会员应推荐其雇主使用道德规则，雇主不可以将合规流程同公司的道德标准混在一起，此举可能消减加强道德责任的义务，成员应该鼓励雇员向其客户提供道德标准

一个完备的合规流程包括:

- 清晰的、书面的表达
- 容易理解
- 指定一个有着明确权限的合规审查人员
- 有一个核对的系统
- 给出相应的合规流程
- 给出何种行为是允许的
- 有汇报违规行为和进行惩罚的流程

当合规审查的流程建立起来之后，作为一个上级，应该:

- 向相应的雇员分发合规审查的流程。
- 在需要的时候进行更新。
- 不间断的给雇员关于合规审查的流程的培训。
- 审查雇员的行为，以便确保符合规范、及时发现违规行为。
- 在发现违规行为之后，执行相应的程序。
- 在发现一个可能违反合规流程的事件时，应该迅速反应，开展一个彻底的调查，并限制被怀疑对象的活动。
- 违规发生后改进流程。

应用举例:准则 IV(C) 作为上级的责任

案例 1:

Jane Mattock 是一个地区性的经纪公司-H&V 公司的资深副总裁和研究部的主管。她打算把她对 Timber Products 公司的推介从“买入”变成“卖出”。按照 H&V 公司的流程，她在公布这个报告之前口头的告知了 H&V 公司其他的高层管理人员关于评级变更的事宜。Dieter Frampton 是该公司的另外一名管理人员，他的上司正是 Mattock，他在和 Mattock 的交谈了解到了这个评价的变更之后，立即卖掉了自己账户中 Timber 股票，和公司一些全权委托客户账户中的 Timber 公司的股票。除此之外，公司的其他一些人也在向所有之前接受过关于 Timber 公司研究报告的客户发送这份报告之前，向一些机构投资者预先告知了将要发生的评级变更。

解析:

Mattock 没有能够负起足够的上级监管责任。她没有去防止或者建立相关的程序来防止提前知道评级变更的雇员去散布该信息，或者利用该信息进行交易。她必须确保雇主公司对于还没有公开的投资评级变更中涉及的公司，有相应的审查或者交易记录程序。一个完备的流程还要求告知她所有下属他们所承担的责任，并能够侦测到 Frampton 和一些客户的不当交易行为。

案例 2:

Deion Miller 是 Jamestown Investment Program 的研究部主管。投资组合的经理对 Miller 及其下属不太满意，原因是 Jamestown 公司的投资组合里面，没有任何的可能被收购、合并的公司的股票。Miller 的下属之一，Georgia Ginn，告诉 Miller 她最近在研究一个当地的公司 Excelsior，并且推荐买入。她还说，这个公司被传将与一个知名的大型公司合并，谈判正在进行中。按照 Miller 的要求，Ginn 准备了一个备忘录来推荐这个股票。Miller 不加审阅就把这个备忘录转给了公司的投资组合经理，然后就休假去了。由于这份备忘录的推荐，这些经理马上买入了 Excelsior 的股票。当 Miller 回到公司的时候，他得知，Georgia 推荐这个股票的唯一依据竟然是来自 Georgia 的一个兄弟。她的兄弟是 Acme Industries 公司的收购分析员，而那个“知名的大型公司”和所谓的会谈虽然有计划，但是并没有实施。

解析:

Miller 违反了准则 IV(C)，原因是他没有去证实 Georgia 写的备忘录是否有充足、合理的基础、是否使用了实质性非公开信息，就把这个备忘录散发了出去，并由此没有履行其作为上级的责任。

案例 3:

一个监督公司交易行为的会员注意到一个不在公司推荐名册上的股票却有很大的交易量。大部分交易都是由一个培训生做的，会员没有调查这些交易。

解析:

这违反了作为监管者的责任。她应该采取措施去监控培训生的交易活动并且调查大量交易该股票的原因。

IV.投资分析、投资建议和投资行为(Investment Analysis, Recommendations, and Action)

V(A)审慎与合理基础(Diligence and Reasonable Basis)。成员和考生必须:

- 1.在进行投资分析、提出投资建议、采取投资行动的时候，做到谨慎、独立、全面。
- 2.任何投资分析、建议或者行动，都必须建立在合理、足够的基础和依据上，并有适当的研究和调查支撑

疑难指导

这条准则的应用取决于信仰的投资哲学、成员或者考生在决策过程中的作用、以及雇主提供的资源和支持。这些因素决定了研究所需要的审慎、彻底的程度，以及进行调研的合适程度。

疑难指导-合理基础

根据产品和服务需求不同，尽职研究对合理基础的要求也不同。在推荐行为和研究行为前应该考虑:的清单包括:

- 公司财务状况，运营历史，经济周期
- 基金历史业绩及费率
- 量化方法中的假设因素
- 判定对比公司符合对比要求的评价标准

疑难指导-利用二手的或者第三方的研究

要看这些研究是否有充分根据。在评估的时候，可以用这些标准：

- 审查用到的假设
- 看分析有多严格？
- 该研究的时效性如何？
- 评估推荐的客观性、独立性

疑难指导-量化方法

会员必须能够解释量化方法的基本原理，以及如何参与投资决策。会员应该在模型中考虑资产下跌的极端情景和数据的时间，确保正周期和逆周期的结果均被考虑。

疑难指导-外部顾问

会员应该确保公司有外部顾问评价程序，或者保证有对外部顾问的以下评估

- 良好的内控合规机制
- 回报信息正确
- 与声明策略一致

疑难指导-小组研究或者小组决定

即使一个 CFA 成员不同意整个小组独立做出的客观意见，只要这个意见有合理的、足够的基础，该成员并不需要要求把自己的名字从报告上去掉。

推荐的合规流程

成员应该鼓励公司，来考虑建立如下的政策、流程，来支持这条准则：

- 要求研究报告和推介应该有合理的、足够的基础。
- 针对合适的研究、尽职调查有一个详细的书面指导。
- 有一个可以度量的标准，来判断一个研究的质量，并且把分析员的薪酬与研究质量挂钩。
- 有一个书面的最低标准情景分析程序，情景范围，模型精度标准，现金流假设等的敏感性分析。
- 有一个定期的外部信息准确合理性评价的标准。
- 有一个定期的外部顾问的评价标准。

应用举例:准则 V(A) 审慎与合理基础。

案例 1:

Helen Hawke 负责 Sarkozi 证券公司的企业融资部。该公司预计，政府将马上补上税务上的一

个漏洞，该漏洞目前允许油气勘探公司把开采成本传递到某种类型股票的持有人上，从而带来税收优惠。由于市场对这种有税收优势的股票需求很大，Sarkozi 说服油气几个勘探公司，在这个漏洞被政府补上之前，进行新的股权融资。时间是关键，但是 Sarkozi 没有足够的资源对所有的将要发行股票的公司进行足够的研究。Hawke 准备根据每个公司的相对规模来估计一个 IPO 的价格，然后等到他的下属有时间之后再详细定价，证实之前的价格。

解析:

Sarkozi 公司应该只在其能力范围之内接受工作。把不同的发行人仅仅按照公司规模划分，Hawke 省略了研究其他相关方面，而给新发行股票定价的时候是需要考虑这些方面的。Hawke 这样做，没有进行足够的尽职调查，而这个遗漏，可能导致投资者在一个没有真实依据的价位上购买股票。Hawke 违反了 V(A)。

案例 2:

会员在公司金融部 IPO 定价时为了早点上市没有做充分研究。

解析:

违反道德规则 V(A)

案例 3:

会员搜索了下投资经理库,选了五个推荐给一个客户,客户收到报告之前,其中一个公司几个关键组合经理和研究主管没了,但会员没有更新推荐报告。

解析:

违规了,应该告知客户关键人员变动。

案例 4:

会员根据估计按揭率写了份报告.投资协会看了后根据预测换了个利率,会员应该与这份报告划清界限吗?

解析:

投资协会也是有依据 选择不同的观点,会员没必要去掉名字与报告划清界限。

案例 5:

会员在介绍他的公司承销的股票时，使用了他估计的最大产量去证实他推荐股票的可买性。

解析:

使用最大可能产出，并且没有说明这不是预期产出(或者没有介绍一系列可能产出和他们相应的概率)没有给购买推荐提供一个可靠的基础，这违反了道德规范。

案例 6:

会员在一个聊天室里根据“通俗智慧”和公众现在进行的购买做出购买推荐。

解析:

会员没有经过独立和尽职的关于目标公司的研究而作出推荐，违反了道德规范。

案例 7:

会员是一个小的投资公司的负责人，该公司的股票推荐根据他们购买的第三方研究作出的。

解析：

只要会员的公司定期检查的他们所购买的研究符合道德规范所要求的客观性和合理性的要求，就没有违反道德规范。

案例 8：

会员只根据最便宜费用就选了一家外部顾问做国际股权投资。

解析：

违规 V(A)，会员必须考虑业绩及服务，而不是只看费用来选择外部顾问。

案例 9：

会员研究了一家对冲基金的管理，费率，历史业绩，投资策略推荐给了客户，并详细披露了风险。结果很快这家对冲基金出现巨额亏损停业了。

解析：

不良结果并不意味着会员违规，一个尽职的会员，有依据并且披露风险，是完全符合 V(A) 标准要求的，无论业绩结果是否好。

V(B)与顾客与潜在顾客的交流(Communications with Clients and Prospective Clients)。

成员和考生必须：

- 1.向客户和潜在客户披露分析投资、选择证券和构成投资组合之投资程序的基本形式和一般原则，并立即通知客户和潜在客户任何可能对投资程序产生实质性影响的变化。
- 2.运用合理的判断来发现、确定对投资分析、投资建议和投资行动至关重要的因素，并向客户和潜在客户沟通这些因素。
- 3.在陈述投资分析和建议时明确区分事实和观点。

疑难指导

- 和客户恰当的交流与沟通，是提供高质量的金融服务的关键。成员应该分清事实与观点，并且总是把被分析证券的基本特征包括在研究报告之中。
- 成员必须向客户或者潜在客户展示投资决策过程。某一项投资的适宜性应该放在投资组合下来考察。
- 这条准则中的“交流”包括所有形式的交流，而不仅仅是研究报告。
- 在推荐结构化证券，配置策略，或者非传统投资时，会员必须披露相关风险因素。会员要披露总回报的收益和亏损。
- 用量化方法时，会员可能由于没有披露模型限制而违规，模型限制是用来评判投资结构不确定性的必要条件。

推荐的合规流程

在撰写一个报告中，选择出相关的因素，是有主观判断的。保存关于研究性质的记录，在客户或者研究报告使用者要求额外信息的时候，要能够提供这些信息。

应用举例：V(B) 与顾客与潜在顾客的交流

案例 1:

Sarah Williamson 是 Country Technicians 公司的营销总监，她确信她找到了一个非常好的提高 Country Technicians 公司的收入、并分散它的产品基础的方法。Williamson 计划通过向富裕人士营销一个独有的、昂贵的投资建议周报，把 Country Technicians 建成一个领先的理财公司。这个计划的一个独特的地方是，Country Technicians 公司非常复杂的投资系统 - 技术交易原则(根据历史股价和成交量的波动)与旨在降低风险的投资组合原则。为了简化这个投资建议周报，她准备只包括每个星期的前五天买入推介与卖出推介，而不把估值模型的细节和投资组合建立的方法包括进去。

解析:

Williamson 的投资建议周报的计划违反了准则 V(B)，因为她不准备把投资建议背后的相关因素包括进去。为了有效地执行投资建议，Williamson 不需要描述投资系统的细节，但是必须把 Country Technicians 基本的流程和逻辑告知客户。如果不了解投资推介的基础，客户不能够了解投资建议的限制和潜在的风险。

案例 2:

Richard Dox 是 East Bank 证券公司的负责采矿业的分析员，他刚刚完成了关于 Boisy Bay 矿业公司的研究报告。该报告包括了他自己对该公司拥有土地的矿藏储量的估计。Dox 的计算，基于从公司近期开采点处采样的矿石样本。根据 Dox 的计算，该公司拥有的黄金储量超过 500,000 盎司。Dox 在报告的结尾处写道“根据该公司拥有超过 500,000 盎司黄金储量的事实，我强烈建议买入”

解析:

如果 Dox 发表了他撰写的那份报告，就违反了准则 V(B)。因为他对黄金储量的计算是一个观点，不是一个事实(通过采样近期开采点的一些样本计算出来的数据并不能保证就是实际储量)，而在投资报告中必须明确区分事实和观点。

案例 3:

May&Associates 公司在成立之后，便是一个投资于国内小盘股票的的进取性增长基金。May 公司的一个选择股票标准就是市值不超过 2.5 亿美元。由于多年的优异表现，May 极大的拓展了客户资源，现在管理的资产已经超过了 30 亿美元。出于流动性的考虑，该公司首席投资官准备把选择股票标准的市值上限调整到 5 亿美元，并且修改公司的营销材料，来告知公司的潜在客户和第三方的顾问。

解析:

尽管 May 的首席投资官在把投资过程的修改一事告知了公司潜在客户和第三方的顾问是正确的，但是他也应该告知现有的客户。在 May 公司的现有客户中，可能有一些客户既持有 May 这样的小型股基金，还持有一些中型和大型股票的基金。这些客户会认为，May 在投资标准上的变化，将会扭曲整个资产配置。

案例 4:

背景情形与上例相同，只是 May 公司没有提高选择股票标准的市值上限从 2.5 亿到 5 亿，而是把非美国的公司的股票包括进基金。

解析:

准则 V(B)要求 May 公司的首席投资官向客户通报这个变化，因为一些客户可能持有 May 基金的目的就是为了投资于国内的小盘股，而这个改变可能对他们产生影响。如果投资流程发生了其他的变化(例如引入衍生品、解除先前的投资限制，比如贝塔波动性的值)，也要求向客户告知。在以上提到的情况下，成员和考生必须向所有的利益相关方披露投资过程的改变。

案例 5:

会员给投资公司客户发了公司的描述公司投资策略的报告，如果利率波动增加就会得到高收益。报告没有提供策略的细节，公司认为细节是公司机密。报告也没有考虑如果利率波动下降时候可能得到的收益。

解析:

这里有两处违反了道德规范。投资策略的基本性质应该披露到如果利率波动降低应该使用什么杠杆去实现高收益这个程度。另外，报告应该包括如果利率上升或者下将将会得到什么样的投资回报。

案例 6:

会员的公司将它的旧的基于价格-销售的股票选择模型转换为基于包括未来收益增长等几个因素的模型，但是没有将这个变化告诉客户。

解析:

这里违反了道德规范，会员必须将他们投资过程中的任何重大变化告诉客户。这里，既然旧的单变量模型是基于报告数据而不是预测数据，引入对收益增长的预期数据应该视为重大变化。

案例 7:

会员的公司，为了纠正相对于既定标准较差的投资结果，决定按照被动跟踪基准重新构造投资组合，但是公司没有将这个转变通知客户。

解析:

这是个重大变化，投资过程的变化必须向客户披露。

案例 8:

在一个投资组合经理可以单独负责证券选择的公司里，推行了一项只能为客户购买在高级经理建立的推荐目录上的股票的政策。会员没有将这个变化通知客户。

解析:

这是一个关于投资过程的重大变化，所以没有向客户披露违反了道德规范。

专家指导:记住，不要认为客户不会在意一个流程改变，必须向客户披露相关的变化。

案例 9:

在一个投资组合经理可以单独负责证券选择的公司里,推行了一项只能为客户购买在高级经理建立的推荐目录上的股票的政策。会员没有将这个变化通知客户。

解析:

这是一个关于投资过程的重大变化,所以没有向客户披露违反了道德规范。

V(C)保存记录(Record Retention):

成员和考生必须保留适宜的纪录来支撑他们的投资分析、建议、行动、以及和客户或者潜在客户间的其他与投资相关的交流。

疑难指导

成员必须保存研究记录,来支持最后的结论或者任何投资行动。这些记录是公司的财产。在没有其他监管条例的情况下,CFA 协会建议一个最少七年的保存时间。

推荐的合规流程

保存记录的要求一般来说是公司的责任。

应用举例:

案例 1:

Nikolas Lindstorm 的一个客户对他股权投资组合的负投资回报很是失望。客户的投资政策书上要求投资组合经理按照一个参照指标指数的方法来投资。该指标把 35%的投资放到技术行业,而客户也认为这是合适的。在这三年中,放到技术行业股票的部分损失惨重。客户抱怨投资经理把过多的资金放到这个行业。

解析:

对 Lindstorm 来说,很重要的是有相关的记录,来显示,过去的三年中,技术股在该标尺指数中的比重一直是 35%。因此,根据投资建议书,投入技术类股票的资金是合理的。Lindstrom 还应该能够通过投资政策书说明这个标尺对客户投资目标是合适的。Lindstorm 还应该有相关的记录,证明这项投资被清晰地解释给客户,并且对投资建议书进行了定期的更新

案例 2:

会员的研究报告是基于访问,他自己的分析和从第三方得到的关于本行业和相关行业的报告。

解析:

会员必须保存他的报告和推荐所基于的进入他的报告的所有信息。

案例 3:

一个会员在原公司开发了一个复杂的交易模型,当他离开公司时候,他带走了模型的假设文件和这些假设的演化,因为他想在新公司使用该模型。

解析:

没有经过原雇主的同意带走公司的资料违反了他对雇主的责任。如果他在新公司使用这个模型,他必须重新建立这个模型的支持文件。模型原始文件是原来他开发模型时候工作的公司的财

产。

V.利益冲突 (Conflicts of Interest)

VI(A) 利益冲突的披露(Disclosure of Conflicts):

对于可能影响其履行对雇主、客户或者潜在客户应尽职务或影响其独立性、客观性的一切事项，成员和考生必须向其雇主、客户和潜在客户完整、公正地披露这些冲突。成员和考生必须确保这些披露是相关的，使用平实的语言，并且有效的传递相关的信息。

疑难指导

成员必须向客户、潜在客户或者雇主完全地披露所有的实际已经存在的利益冲突和潜在的利益冲突，以保护投资者和雇主的利益。这些披露必须被清晰地陈述。

疑难指导-向顾客的披露

披露所有可能的利益冲突的地方的要求，是为了让客户或者潜在客户能够自己判断动机和可能的偏向性。经纪商、做市商的做市行为的披露也被包括在这里。除此以外，在董事会工作也是一个可能导致利益冲突的地方。

最通常发生的、需要披露的利益冲突是成员实际拥有自己推荐的或者客户持有的某种公司的股票。

疑难指导-向雇主的披露

成员必须给与雇主足够的信息，来判断冲突的影响。采取合理的步骤来避免冲突，并且在他们发生的时候进行汇报。

推荐的合规流程

任何的特殊报酬协议、奖金计划、佣金以及其他的激励机制都需要被披露。

应用举例:

案例 1:

Hunter Weiss 是 Farmington 公司的研究分析员，该公司从事经纪与投资银行业务。Farmington 的兼并收购部门代表一个大集团 Vimco 进行收购业务达 20 年之久。Farmington 的公司的管理人员也一直是 Vimco 的很多子公司的董事。Weiss 在写一个关于 Vimco 的研究报告。

解析:

Weiss 必须在他的研究报告里面披露，Farmington 公司和 Vimco 公司的特殊关系。经纪商、做市商和参与公开募股发行这些情形必须在研究报告里面披露，因为这通常表示有特殊关系。在本例中，Farmington 公司是 Vimco 公司的承销商，一个公司的承销商代表了一个特殊的过去、以及潜在的未来关系。如果 Vimco 公司是研究报告的研究对象，这会威胁到研究报告的独立性、客观性，因此必须被披露

案例 2:

Samantha Dyson 是 Thomas 投资咨询公司的投资组合经理，专注于管理雇主支持的养老基金账户，这些基金都在资本积累阶段，并且有着长期的投资目标。一年以前，Dyson 的雇主，为了激励和吸引关键的投资人才，引进了一个奖金报酬系统。该系统基于投资经理每个季度相对于同

行和一些指标指数的表现。Dyson 改变了她的投资战略，为客户的投资组合购买了一些波动性很高的股票，以期提高短期收益。这些购买行为似乎与客户的投资政策书矛盾。现在，Thomas 公司客户 Griffin 公司的一个管理人员询问为什么 Griffin 公司的投资组合似乎被高波动性、高成交量的股票主导。Dyson 在这一年没有推荐客户改变投资目标或者策略。

解析:

Dyson 违反了准则 VI(A)，因为她没有能够通知她的客户，关于她和她的雇主之间报酬协议的变化(公司按照短期绩效支付员工薪酬)，从而导致了利益冲突。Thomas 投资咨询公司要求短期表现的目标带来的压力，与 Dyson 的账户的目标构成了冲突。

案例 3:

Bruce Smith 在一个在新兴市场中很突出的投资公司 Marlborough 里面负责东欧股票投资。在前往俄罗斯的一次商务旅行中，Smith 了解到直接在俄罗斯进行股权投资很困难，但是一个复制俄罗斯股票的股权挂钩债券可以从一个总部在纽约的投资银行处买到。他相信自己的公司不会对这个证券有兴趣，Smith 于是自己购买了与一家俄罗斯电信公司股票挂钩的债券，而没有通知自己的雇主。一个月之后，Smith 认为他的公司应该利用股权挂钩债券投资于俄罗斯的股票，并且准备写一个关于该市场的研究报告，推荐几个投资机会。其中一种债券就挂钩于同一家俄罗斯电信公司(Smith 自己持有的那家)

解析:

Smith 违反了准则 IV(A)，因为他没有披露他拥有与这个俄罗斯电信公司股票挂钩的债券。根据 CFA 道德规范以及专业行为准则要求，Smith 必须向他的雇主披露这个投资机会，并且查询公司的关于雇员个人交易的政策，来决定为私人账户购买该种债券是否合适。购买这个证券之后，尽管 Smith 评估该种投资是否适合于他的公司进行投资的能力，可能会也可能不会受到损害，但是 Smith 没有把这个购买行为告知公司，负面影响了 Smith 的雇主考虑 Smith 拥有该种证券是否会造成利益冲突、从而影响 Smith 之后的推荐的能力。当他之后又把这种债券推介给公司的时候，他加剧了没有披露私人账户拥有该种证券的问题，造成了明显的利益冲突。

案例 4:

一个合伙制投资管理公司将一些股份卖给了一个上市公司。这个投资管理公司将上市公司的股票键入到自己的推荐名单中并批准了用现金管理账户购买该公司的商业票据。

解析:

会员应该将这一关于公司所有权的变动披露给所有客户，公司所有客户账户关于该上市公司股票的交易和关于购买该上市公司的购买建议，都应该包括对该上市公司和投资公司之间业务关系的披露。

案例 5:

会员给客户提供了关于一个公司股票的研究报告，他的妻子刚刚继承了该公司很多数量的股票。

解析:

会员必须在后来的报告或者推荐中向雇主披露潜在的利益冲突，他的雇主可以审慎地选择重新确

定对于该股票的推荐。

案例 6:

会员所在的投资银行收到了一大笔期权作为公司上市的部分报酬，会员也将会从这些期权中得到个人利益。

解析:

在任何关于该上市公司的研究报告中，会员必须披露期权存在的事实并且要包括他们的数量和到期日。既然他自己也拥有期权，他必须披露他参与这些期权的程度。

案例 7:

会员接受了股票推销商的提议，将 Acme 公司的股票卖给会员的客户账户，会员就可以得到额外的收益。他并没有将这件事通知雇主和客户。

解析:

会员违反了道德规范，因为他必须将额外报酬披露给他推荐股票的客户和他的雇主。雇主和客户都有权利去决定额外收益在多大程度上影响了会员的客观性。

案例 8:

会员是一个小的为个人提供服务的投资公司的投资组合经理，接受了作为拥有 1.5 亿欧元资产的捐赠基金的托管人的工作，但是并没有向雇主披露这件事。

解析:

捐赠基金有很大头寸，会占用会员很多时间，并且牵扯到证券选择和交易。会员没有向雇主披露参与捐赠基金，在接受工作之前也没有和雇主商量，违反了道德准则。

案例 9:

会员将公司业绩一般的外部经理更换成朋友的公司了。

解析:

不披露新经理是自己的朋友就违规了。

VI(B) 交易优先次序(Priority of Transactions):

为客户和雇主执行的交易应当优先于成员本身受益之所有证券或其他投资的交易。

疑难指导

客户的交易，优先于代表雇主公司进行的交易，优先于雇员私人账户的交易。“雇员私人账户的交易”包括一个成员是“受益人”的情形。只有在客户和成员的雇主有足够的机会针对推介进行交易之后，才能在私人账户进行交易。请注意：一个家庭成员的账户，如果是客户账户，仍然应该以像其他客户账户一样对待。不应该因为是家庭成员就应该避嫌而给予比其他客户低的优先级。

推荐的合规流程

所有公司都应该建立相应流程，来处理由于私人账户交易导致的利益冲突。如下领域应该被包括：

- 参与股票 IPO(初次募股发行)应该受到限制。成员可以用不参与 IPO 的方式避免利益冲突。
- 关于私募股权方面的限制。员工购买这些证券应该受到严格限制,适当的监督流程应该存在。参与这些投资会加剧利益冲突,就像参与 IPO 一样。
- 建立沉默期(Black-out Period)机制。参与投资决定的雇员,在为客户交易之前,应该处于沉默期 – 不能领跑(即不能在预期客户或者雇主将进行交易之前交易)。公司的规模和证券的种类帮助决定沉默期机制应该有多严格。
- 汇报机制。上级应该建立汇报流程,包括双重的交易确认、披露个人持有(个人是受益人)的证券头寸、以及事前批准流程。
- 披露政策。当被要求的时候,成员必须披露公司的私人交易流程。

应用举例:VI(B) 交易优先次序

案例 1:

Erin Toffler 是 Esposito Investments 公司的投资组合经理,管理她父母在其公司开设的退休账户。每当出现 IPO 机会的时候,她总是先给其他的适合该投资的客户分配股份,然后再把剩下的分配到她父母的账户中(如果投资适合的话)。她采取这个流程,这样没有人能够指责她偏袒她的父母。

解析:

在这个案例中,Toffler 先人后己的行为似乎应该得到赞扬,然而她违反了准则 VI(B)。她的父母是 Esposito 公司的付费客户,应该得到同样的对待。如果她仅仅由于家庭关系就对待她父母的账户不同,她就违反了对父母这个客户的责任。但是,如果 Toffler 在这个账户中有受益人的权益,并且 Esposito 公司对私人交易有事前批准和汇报的要求,她可能需要向 Esposito 申请批准,并且汇报所有交易。

案例 2:

一个经纪公司的保险分析员,Denise Wilson,向她公司在全国的各分支机构散发、播报了一份雇员内部流通的报告。在报告播报中,她包含了该行业一个主要公司的负面评价。第二天,她的报告被打印、分发给公司的销售队伍和公众客户。该报告建议,短线和中线的投资者应该卖出该公司的股票获利出手。在播报的几分钟后,公司的交易部主管 Ellen Riley,关闭了在该股票上的多头看涨期权头寸。马上,Riley 又在这个股票上建立了一个很大的“空头”头寸。Riley 宣称,她采取这个行动,是为了方便预期将发生的机构投资者出售该股票。

解析:

Riley 预见到,股票和期权都会对“卖出”的评级做出反应,但是她没有给客户先于她的公司在期权市场买卖的机会。在报告分发给客户之前采取行动,Riley 公司的行为可能压低了“看涨期权”的价格,提高了“看跌期权”的价格。如果公司等待客户有机会收到、吸收 Wilson 的推介之后,再进行买卖,就可以避免这样一个利益冲突。因此,Rileys 的行为违反了 VI(B)。

案例 3:

会员是一个研究分析员，他没有向雇主推荐一只股票，是因为他想先用自己的私人账户购买该股票。

解析:

他对雇主隐瞒信息，并想牺牲雇主利益而自己获利，违反了交易的优先顺序原则。会员同时也违反了对雇主的责任的原则-忠诚原则。

案例 4:

会员管理一个基金，为她丈夫的账户从辛迪加集团得到了热门的 IPO，她的基金却没有得到。

解析:

会员这一行为违反了道德准则。她应该首先顾及基金所有者的利益，将 IPO 首先分给基金所有者。她应该向雇主披露她通过她丈夫的账户参与 IPO 并收益的事实。

案例 5:

会员允许他的雇员在过去三个月里没有签署所要求的关于个人交易行为的报告继续履行职责。雇员是一个 CFA 候选人，一直在公司买卖推荐还没有公布之前为他个人的账户买卖证券。

解析:

雇员违反了道德准则，会员由于允许雇员继续履行日常职责，违反了标准 IV(C)-监管者的职责。

案例 6:

会员将一些证券的卖出评级公布给公司所有的经纪人。这些改变了的评级将在第二天通知客户。在刚公布给经纪人之后，没有公布给客户之前，她为公司账户买了证券的看跌期权。

解析:

会员在为公司买入看跌期权之前，没有给客户足够的机会去根据推荐的变化采取行动。

VI(C) 披露介绍费(Referral Fees):

成员和考生必须向雇主、客户和潜在客户披露其本人因推荐产品或服务而收受或支付他人的佣金、利益或好处。

疑难指导

成员必须向雇主、客户和潜在客户披露其本人因推荐客户而收受或支付他人的好处。通过这样，雇主、客户和潜在客户能够衡量服务的真正成本，以及是否是无偏见的。所有类型的好处费都必须被披露。

推荐合规程序

会员应该推荐自己的公司采纳介绍费管理程序。不禁止介绍费的公司应该拥有详细的批准程序，会员应该至少更新给雇主每季度关于收到的介绍费报酬。

应用举例:VI(C) 披露介绍费

案例 1:

Brady Securities 公司(一个经纪公司)，和 Lewis Brothers(一个投资咨询公司)之间建立了一个推

荐客户协议。在这个协议下，Brady Securities 将所有的免税账户(例如养老金基金、利润分享计划基金、捐赠基金)推荐到 Lewis Brothers 公司。反过来，Lewis Brothers 定期给予 Brady Securities 由 Lewis Brothers 雇员撰写的报告和投资建议，Brady Securities 的代表利用这些报告为自己的客户服务。除此之外，Lewis Brothers 公司还代替 Brady 的员工进行月度经济研究、市场回顾，并把所有的 Brady 公司推荐过去的客户的经纪业务交给 Brady 公司做。Lewis Brothers 公司的合伙人 Willard White 估计，由于充当 Brady 公司研究部门职能，Lewis 公司每年的附加成本为\$20,000。由于 Brady 公司推荐过来的客户，带来的手续费收入为\$200,000。此外，由于把客户的经纪业务交给 Brady 公司做，每年给客户带来的附加成本为\$10,000。

Diane Branch 是 Maxwell 公司的首席财务官。他和 White 联系，表示她正在为 Maxwell 的利润分享计划基金寻找投资经理。她还说，“我在 Brady Securities 的朋友 Harold Hill 毫无保留的推荐了你们公司，这对我来说很好了。没有什么问题，就成交了？”White 接受了这个新的账户，但是没有披露他的公司和 Brady Securities 之间的客户推荐协议。

解析:

White 违反了准则 VI(C)，因为他没有能够向潜在的客户披露有关客户推介费的信息。该客户推介费是以向 Brady Securities 无限期的提供研究服务和交易佣金的形式支付的。如果进行了披露，Branch 将会重新考虑 Brady 的推介，并且对 Lewis Brothers 的服务进行一个更加准确评价。

案例 2:

James Handley 为 Central 信托银行的信托部门工作。如果他成功的向 Central 信托银行的经纪和个人财富管理部门推荐了客户，他会收到相应报酬。他把他的几个客户向个人财富管理部门推荐，但是没有向他推荐过去的客户披露这种安排。

解析:

Handley 违反了准则 V(C)，因为他没有向他的客户披露这种客户推荐报酬安排。第三方支付的客户推荐费，或者公司内部某部门(子公司)为了吸引新的业务而支付的客户推荐费之间，并没有本质的区别。成员和考生必须披露所有的客户推荐费。所以，Handley 必须在推荐的时候，披露 Central 信托银行各部门之间客户推荐费的安排。该披露需要包括这些好处的实质和价值，而且应该是书面的。

案例 3:

Yeshao Wen 是一个银行的投资组合经理。当他成功的协助销售、扩大管理的资产额的时候，他就会收到额外的奖金。这些资产会被投资到具有所有权的产品，例如一个附属的公司共同基金。

解析:

准则 VI(C)旨在处理这样的情形:一个成员或者考生提出的投资建议，貌似客观、独立，然而实际上却被一个看不见的“顾客推荐费”左右。但是，这个准则并不是针对雇主给予雇员的、激励他们去开拓新业务的奖金。因为，对于潜在的客户来说，很明显，雇员会向他的雇主公司“推荐客户”。因此，如果 Wen 只是去营销该银行整体的投资管理服务，他不用去向潜在客户披露，他将会因为找到新的业务、扩大公司管理的资产额而得到额外的奖励。原因在于，潜在的客户应该能够期

望到，如果公司银行到了新的客户，公司的投资经理和公司都会在经济上受益。因此，公司旨在吸引新的投资管理的客户的营销行为中，不用披露这个事实。

但是，在这个例子中，顾客的资产将被投资经理的公司以“具有所有权的产品”的方式(例如自己的共同基金)进行管理，并且 Wen 会因为出售这种服务得到额外的奖金。所以，和上面所说的比较，这和雇员把客户直接推荐给自己的公司有一点点区别。一些很资深的投资者，会意识到如果投资者购买了该公司的产品，公司的投资经理和公司都会在经济上受益，在这种情况下，是不用披露的。(但是不资深的投资者可能意识不到)

当然，最好的方式是，要求投资经理必须向客户披露他们因为推荐公司的产品将得到报酬。这样的披露会符合准则 VI(C)，让投资者能够自己决定:基金经理做投资建议时是否有偏向性。

案例 3:

一个投资顾问经过详细分析后给养老金选了一个最好的投资经理。之后被选的投资经理给投资顾问一笔介绍费。

解析:

违规了，潜在支付应该向养老金披露。很可能法律监管也对该支付有限制。

VI. 作为注册金融分析师协会成员或者考生的责任(Responsibilities as a CFA Institute Member or CFA Candidate)

VII(A) 成员和考生的行为(Conduct as Members and Candidates in the CFA Program):

成员和考生均不得参与或从事任何损害注册金融分析师协会或名衔之声誉、信用的行为，亦不得损害注册金融分析师资格考试之信誉、有效性和安全性。

专家提醒:这条准则，是针对 CFA 考试作弊或者违反注册金融分析师考试的其他规则的，并不是限制任何人对注册金融分析师协会或者考试发表意见。

成员和考生均不得参与或从事任何损害注册金融分析师诚信形象的行为，包括:

- CFA 考试或者任何其它考试中作弊
- 不遵守注册金融分析师项目(CFA Program)的规章制度
- 将有关注册金融分析师考试的机密信息泄露给考生或者公众
- 不当的使用名衔，来实现自己的个人或者职业目标
- 不当地陈述关于专业行为声明、或者注册金融分析师协会专业发展项目的信息

成员和考生可以对注册金融分析师协会或者考试发表意见。

- 不当地陈述 PCS 和 CFA 职业发展计划

应用举例:准则 VII(A) 作为注册金融分析师项目成员和考生的责任

案例 1:

Ashile Hocking 在伦敦参加 CFA 二级考试。在完成了考试之后，她迅速联系她在澳大利亚悉尼的朋友，告诉他考试中的题目

解析:

这个案例很简单，Hockings 明显违反了准则 VII(A)。她试图给她的朋友一个不公平的优势，从而损害了 CFA 考试的严肃性。

案例 2:

Jose Ramirez 是几个小公司的投资者关系顾问，这些小公司希望能够让更多的投资者知晓。Ramirez 也是他工作的城市中 CFA 协会分会的主席。为了给客户一个独享的地位，他只让他的客户公司在当地的 CFA 协会做展示报告。

解析:

Ramirez 利用他在注册金融分析师协会的志愿职务，为他和他的客户谋取私利，损害了注册金融分析师协会之声誉，因此违反了准则 VII(A)

案例 3:

会员是一个考卷评级者，他与朋友讨论关于 CFA 考试中他批改的特定题目的答案指导和相关候选人的表现。

解析:

他违反了评级者的规则并且违反了道德准则，因为损害了 CFA 考试的完整性。

案例 4:

在 CFA 考试中，候选人在监考官提醒后仍然没有停止答卷。

解析:

这个候选人比其他人多使用了额外的考试时间，因此违反了道德准则，因此影响了考试的公正性。

案例 5:

会员是 CFA 协会的志愿者，她告诉客户她从协会工作中所学的将会使她更好地为客户利益服务。

解析:

她利用 CFA 协会职务来自己获利或者为她的客户谋利，违反了道德准则。

案例 6:

一个申请人跟另一个申请人说：还好今年没考贝页斯公式。

解析:

违反了 VII (A)，申请人不允许讨论任何考了或没考的公式。

案例 7:

会员跟他亲爱的 CFA 老师说，非常感谢你强调财务报表分析，今年考了一大堆题。

解析:

违反了 VII (A), 申请人不允许讨论考试重点。

案例 8:

申请人跟他妈说: CFA 考试在剩余价值分析模型真是踢了我屁股了。

解析:

违反了 VII (A), 申请人不许披露任何考试题目。

VII(B) 引用注册金融分析师协会、注册金融分析师名衔和注册金融分析师资格考试(Reference to CFA Institute, the CFA Designation, and the CFA Program):

当引用注册金融分析师协会、成员资格、名衔和考生资格的时候, 成员和考生不得错误地陈述或者夸大金融分析师协会成员资格、拥有注册金融分析师头衔或者参加注册金融分析师资格考试的意义。

疑难指导

成员不能够在宣传的时候, 做出与 CFA 头衔相关的承诺或者保证, 包括:

- 过分的承诺个人的能力
- 过分的承诺将来的投资结果(例如, 高回报, 低风险)

疑难指导-注册金融分析师成员资格

成员必须达到下面的条件, 才能持有成员资格

- 每年签署专业行为声明(Professional Conduct Statement)
- 每年交纳成员年费

疑难指导-使用注册金融分析师头衔

不能够不当的陈述、或者夸大注册金融分析师头衔的意义

疑难指导-引用注册金融分析师考试考生资格

没有部分的头衔一说(即不能说 CFA Level III 持有人这样的话)。考生可以说在三年内成功通过了 CFA 所有考试(如果事实确实是这样), 但是不能宣称这是高能力的体现。

疑难指导-正确使用 CFA 标志

Chartered Financial Analyst 或者 CFA 的标志, 必须跟在一个证书持有人名字的后面(比如张三, CFA), 或者作为形容词(例如张三是 CFA Charterholder); 但是不能够作为名词(不能够说, 张三是 CFA)。这个规定适用于书面和口头的沟通。

推荐的合规流程

确保成员和考生的雇主公司理解如何正确的引用注册金融分析师头衔或者考生资格, 因为这是一个常见的错误。

应用举例:VII(B) 引用注册金融分析师协会、注册金融分析师名衔和注册金融分析师资格考试

案例 1:

AZ 投资公司的一份宣传材料宣称, 公司所有的合伙人都是 CFA 特许状持有人, 并且一次性通过了 CFA 的考试(没有重考)。这个宣传明显的将上面的事实与 AZ 公司共同基金实现的良好表

现关联起来。

解析:

如果事情属实, AZ 公司可以宣称公司所有的合伙人都是 CFA 特许状持有人, 并且一次性通过了 CFA 的考试, 但是, 这些事实不应该与投资表现关联, 也不应该暗指超常的能力。暗指(1) CFA 特许状持有人可以实现更好的投资表现, 或者(2)一次性通过了 CFA 的考试的人, 相比没有一次性通过考试(即有不及格重考)会更加成功, 都是违反了准则 VII(B)的。

案例 2:

在得到他的 CFA 特许状五年之后, Louis Vasseur 辞去了投资分析员的职务, 并开始了两年的环球旅行。在这两年之间, 因为他没有从事投资行业的业务, 他没有提交专业行为声明(Professional Conduct Statement), 也没有交纳会员年费。在他的旅行结束之后, 他成为一个自我雇用的分析员, 以独立承包人的身份接受业务。在没有通过提交专业行为声明(Professional Conduct Statement)和补交会费以恢复 CFA 会员资格的情况下, 他就在他新印制的名片上自己的名字后面放上了“CFA”。

解析:

Vasseur 违反了准则 VII(B), 因为他不提交专业行为声明或没有交纳会费之后, 其 CFA 会员资格已经被自动暂停。因此, 他不能够再使用 CFA 头衔。当他提交专业行为声明并补交会费, 及完成会员资格恢复手续之后, 可以继续使用 CFA 头衔。

案例 3:

会员依然在名字后面使用 CFA 字样, 即使他的会员资格因为没有交会费和没有提交所要求的个人行为声明而暂停。

解析:

这违反了道德规范。

案例 4:

会员将 CFA 标志放在个人信头, 名片和公司信头上。

解析:

将 CFA 标志放在公司的信头上(而不是放在个人信头上和名片上), 违反了道德规范。

Session 1

LOS 3&4 全球投资表现标准介绍 (GIPS)

考点聚焦

如下两个题目包含由 CFA 协会 1999 年采用并且不断更新的全球投资表现标准的主要特点。遵守 GIPS 完全是自愿的，对于一级考试，你仅仅需要知晓全球投资表现标准介绍，GIPS 文档的前言、第一部分和第二部分(从 II.0 合规基础)。GIPS 文档包含在一级的考试用书中，也可以从 CFA 协会的网站得到。下面文档中包含了 GIPS 条款的总结。考生应该重视本节在考试中的作用。

LOS.3.a: 解释为什么创立 GIPS 准则，GIPS 准则适用于哪些人和谁应该遵守该准则。

导言:为什么要有全球业绩标准? (PREAMBLE:WHY IS A GLOBAL STANDARD NEEDED?)

过去，很多的报告过程是有很大的误导性的。有些误导的实践包括:

- 代表账户——将表现最好的资产组合作为公司业绩的代表。
- 监管偏好——排除掉那些已经被终止的表现较差的账户。
- 不同的时期——展示特定时期内，有较好的收益的表现。

GIPS 是一套基于标准化的，全行业范围内方法的道德准则。投资公司在向潜在客户展示其投资的历史数据时，可以自觉遵守 GIPS。这些标准旨在避免投资表现的不良表达。

GIPS 适用于投资管理公司，使得投资公司的潜在客户和现有客户能够从中受益。GIPS 允许客户能够更容易比较不同投资公司的投资表现，同时对于报告的投资表现更加有信心。

LOS.3.b: 解释投资报告的结构和目的。

组合账户是一组代表相似投资策略、目标、方法的个人自主决定的资产组合。可能的组合账户的例子是“高资本增长股票”和“投资分级国内债券”。基于组合账户的表现进行的报告给与客户关于管理各种类型证券和各种投资形式的结果的潜在信息。

例如国际股权的投资账户，必须包含公司依据特定策略所管理的所有的资产组合(包括当前和过去)。公司应该确定在公司的资产组合表现指导之前哪些管理的资产组合应该被包含在内。这防止公司将某些资产组合包含在组合账户中以创造出较高的收益。

LOS.3.c: 解释 GIPS 标准的验证要求。

验证 - 必须要求

验证应该是由第三方，而不是公司自己来完成。验证必须是以公司整体为基础的。第三方验证者

必须证明(1)公司遵守GIPS所有的基于公司范围内的组合账户构建的要求。(2)公司流程已经被建立，以按照GIPS要求的计算方法要求、数据要求和形式要求展现公司业绩。

验证——推荐要求

- 鼓励公司追求独立的验证过程。验证应该是由第三方，而不是公司自己来完成。验证必须是以公司整体为基础的，而不能是单个账户组合。

- 验证公司应该包含如下的披露语言。

[插入公司名称]在[插入时间]期间经过了[插入验证机构]的验证。如果需要，可以提供验证报告。

LOS4.a:描述GIPS标准的主要特点和合规基础

GIPS 目标

- 全球范围内认可一个公允的、可比较的、充分的计算和报告投资业绩的标准
- 在业绩报告、记录保存、营销、推介中，确保投资业绩数据准确性和一致性
- 促进所有市场中投资管理公司之间的竞争，努力降低针对新公司的不必要的进入壁垒
- 促进该行业全球的“自我约束”

GIPS 关键特点

- 如果想要宣称符合全球投资业绩标准，投资管理公司必须定义一个宣称符合标准的实体-“公司”。这个“公司”必须被定义成展现在客户和潜在客户面前的一个独立的商业实体，可以是一个投资公司、子公司或者业务部门。
- GIPS 是为了保证对投资结果的公平陈述和充分披露而制定的道德准则。
- 必须把按照相似的策略和投资目标构建的账户组合中所有付费的委托投资账户，至少五年(或者自该账户组合出现之日起的数据包括进来。在展示了符合标准的五年的数据之后，随着时间的推移，公司必须每年度把该年的投资表现数据加入，直至至少含有十年的数据。
- 公司必须使用特定的计算和报告标准，并且做指定的披露。
- 准确地输入数据。
- GIPS 包含基本条款和推荐条款——鼓励公司采用推荐条款。
- 鼓励公司展现所有的额外和补充的信息
- 不能宣称“部分符合 GIPS 标准”，只有完全满足要求，才能宣称符合 GIPS 标准
- 当 GIPS 标准和当地的法规有矛盾的时候，公司应该遵照当地的法规，但是必须披露这种冲突。
- 某些“建议要求”可能在将来会变成“必要要求”。
- GIPS 中有针对私募股权和房地产专门的条款，适用于这些资产种类。

A.合规基本要求 包括必要要求和推荐要求

公司的定义— 必要要求

- GIPS标准必须在整个公司的基础上应用
- 这个“公司”必须被定义成展现在客户和潜在客户面前的一个独立的商业实体
- 公司的总资产包括所有的委托账户和非委托账户下资产的市场价值的加总，包括付费的和付费的账户。
- 如果公司对选择下一级的投资咨询公司有选择决定权，那么一个账户组合中分配给下一级投资咨询公司的资产表现也要包括进来。
- 0.A.5 如果公司改变了组织结构，历史的账户组合的结果不能够因此改变。

公司的定义— 推荐要求

- 包括公司的最广泛定义，包括在各个地方的使用同一个品牌名称的所有分支机构。

保留记录的政策和流程 – 必要要求

- 公司必须书面记录公司为了符合GIPS所有相关标准而采用的政策和流程

合规声明 – 必要要求

- 当GIPS标准所有必要要求被达到的时候，符合标准的公司只能用下面的陈述:

“[公司名称] 按照全球投资业绩标准(GIPS)准备、陈述这个报告”

- 没有部分符合GIPS标准一说。
- 不能够说:在计算一个账户组合的投资表现时，计算方法“符合GIPS”或者类似的说法。
- 类似的，也不能针对一个单独的现有客户的投资表现说“根据GIPS计算”(Calculated in accordance with GIPS)，除非是一个符合标准的公司向该客户报告投资表现

公司的基本责任 – 必要要求(Firm Fundamental Responsibilities - Requirements)

- 公司必须向所有的潜在客户提供符合标准的展示报告。
- 向所有要求提供账户组合的清单和账户组合的描述的客户提供上述信息。清单中，必须列出至少过去五年以内中止的账户组合。
- 当客户要求提供上述清单中任何账户组合的符合GIPS规范的业绩报告和账户组合的描述的时候，公司必须予以提供。
- 当和其他的公司一起进行营销的时候，如果只有一个公司是符合GIPS标准的，必须把这个公司和其他不符合规范的公司分开来独立定义，确保清晰的表示出哪一个公司是合规的。
- 公司必须遵守必要要求，鼓励公司遵守推荐要求。必须满足必要要求，包括投资业绩委员会(IPC)出版的任何更新、报告、指导声明等等。

LOS 4.b: 基于投资公司的定义和历史数据表现来描述 GIPS 标准的范围

由于合规的目的，公司的定义必须是公司、子公司或分公司。如果公司有不同地理位置——例如，在 Bluestone Advisers 公司的名字下从事业务——因此公司的定义包括各种地理位置和他们的客户。基于任何国家的公司可以呈现 GIPS 合规表现的历史。

要求公司至少展示 5 年的符合 GIPS 标准的投资业绩。如果公司或者账户组合的存在时间小于 5 年，则必须展示从公司或者账户组合出现之日起的业绩。在展示了符合标准的五年的数据之后，

随着时间的推移，公司必须每年度把该年的投资表现数据加入，直至至少含有十年的数据。

在展现符合 GIPS 规范的投资表现的数据之前的年份，公司也可以展示不符合 GIPS 规范的数据，前提是全部这些不符合 GIPS 规范的数据是在 2000 年 1 月 1 日之前的。公司必须披露，哪些投资表现的数据是不符合 GIPS 规范的，以及在哪方面不符合规范。

LOS4.c: 解释 GIPS 标准在现有绩效报告准则的国家是如何执行的，描述当 GIPS 标准同当地的监管相冲突时，恰当的反应。

按照某一个国家的 GIPS 版本展现之前的投资表现的公司，对于 2006 年 1 月 1 日之前符合 CVG 的投资表现报告，可以宣称符合 GIPS。报告符合 CVG 的投资表现的数据的公司，在后续的符合 GIPS 标准的投资表现陈述中，必须包括这一部分数据，直至至少 10 年的符合标准的表现被陈述。

当国家范围内的管制同 GIPS 相冲突的时候，公司必须遵守国家范围内的监管要求。但是必须披露同 GIPS 相冲突的本质。

LOS4.d:GIPS 准则的八个主要部分。

0 合规基本要求.遵守 GIPS 的基本问题是(a)公司的定义(b)相对应于遵守 GIPS 的保留记录的政策和流程(c)遵守 GIPS 更新的规定(d)以合适的方式声明遵守(e)当第三方验证者参与时，合适的验证声明。

- 1 输入数据.: 输入数据应该保持一致性，从而建立完整、公平、可比较的投资表现报告。
- 2 计算方法: 标准规定了计算投资组合和账户组合的回报时使用的方法。为了实现公司业绩报告的可比性，计算回报的时候必须使用同样的方法。
- 3 账户组合的建立: 为了达到公平报告的目的，建立有意义的、按照资产加权的账户组合是很重要的。一个账户组合，是将代表某种投资目标或者策略的一个或者多个投资组合的总和。账户组合回报，是该组合中所有的投资组合的业绩结果的按资产加权的平均。
- 4 披露: 公司必须披露关于他们的业绩报告和公司采取的政策的信息，以确保报告中呈现的数据是使用者可以理解的。尽管一些披露是所有公司必须进行的，其他的是针对特定的情况，因此并不是必须的。如果某个披露不适合于特定的公司，那么公司无需包含与其相关的陈述。
- 5 展示和报告: 公司必须按照 GIPS 的要求对于投资表现进行展示。如果合适，公司有责任把没有被 GIPS 标准要求的其他信息包括在合规的业绩展示中。
- 6 房地产:这一部分条款适用于所有的实体投资(包括土地、建筑等等)，不论公司拥有的对于投资的管理水平。无论资产产生收益或者投资中包含了杠杆，这些条款都适用。
- 7 私募股权: 私募股权投资必须按照 GIPS Private Equity Valuation Principles(在附录 D)进行价值评估，除非它是一个开放式基金(Open-end fund)或者常青基金(Evergreen Fund)(在后两种情形下，遵照普通的 GIPS)。私募股权是指投资于处在不同发展阶段的、但还没有上市的企业，包括风险投资(venture investing)，已购买的上市公司的所有权，夹层投资，以及这些投资中的有

限合伙人份额和基金的基金。

一旦公司要求合规，公司有权要求雇佣独立第三方来确认合规声明。

验证的目的是帮助在全公司的范围内实行合规。验证将会增加可信度。

Session 2

LOS 5 货币的时间价值

考点聚焦

这一部分涵盖了货币的时间价值(Time value of Money, 简称 TVM 类问题)的概念与应用, 并展现了计算单项现金流(single cash flow), 年金(annuity)以及不规则现金流(a series of uneven cash flows)的现值 (present value, PV) 和终值(future value, FV)的计算步骤。这一部分还考察了不同的计复利期(compounding period)的影响。学习这一节, 主要目的是掌握货币的时间价值的相关机制(比如, 相关数据计算)。在实际考试中, 会出现很多关于货币的时间价值的考题, 所以要准备好。确保会使用金融计算器解决关于货币的时间价值的题目。这一部分完成得越快, 给其他的难以预料的部分留下的时间就越多。

货币的时间价值概念与应用

复利(Compound interest) 和利息的利息(Interest on interest)这些概念是蕴涵在货币的时间价值中的。当一项投资的回报按照复利计算的时候, 投资价值的增长, 不仅反映了原始本金上的利息, 还反映了上一期利息之上的利息,即利息的利息。

货币的时间价值的应用中, 经常会涉及到终值(Future Value, 简称 FV)。在计算 FV 时, 需要根据一个合适的复利率, 把整个投资期间产生的现金流折算成投资期结束时候的价值。而计算现值(Present Value, 简称 PV)时, 则是相反的过程 – 根据一个合适的复利率(compound rate of return), 把整个投资期间产生的现金流折算成投资期开始时候的价值。

计算 FV 与 PV 在比较不同的投资机会的时候尤为重要, 因为在比较的时候必须有一个共同的衡量时间点 – 或者使用投资期间开始时间点 (计算 Present Value), 或者用投资期间结束时间点 (计算 Future Value)

● 使用一个金融计算器(Using Financial Calculator)

能够使用金融计算器计算货币的时间价值是非常重要的, 因为 CFA Institute 在出考题的时候, 是假定考生会使用金融计算器的。关于 TVM(货币的时间价值)的题目, 如果不用金融计算器, 计算起来是很复杂的。CFA Institute 规定, 考生在考试中只准使用两种计算器: TI BAII Plus® (包括 BAII Plus Professional) 和 HP 12 C® (包括 HP 12 C Platinum), 其他的计算器不准在考场使用。两种计算器略有不同, 以下的讲义是按照 TI BAII Plus 来写的。如果你还没有符合要求的计算器, 推荐买一个 TI BAII Plus! 当然, 如果你有 HP 12C 也用的很习惯, 可以继续使用。

TI BAII Plus 出厂的设置中, 每年的时期数(Periods per year, P/Y)自动设置成 12。在这样的设置下, 自动把年利率(1/Y)转换成每个月的利率。尽管这个设置对计算贷款类问题比较方便, 但是对于计算 TVM 类题目, 这个设置不方便。所以, 在使用这个讲义之前, 请改变出厂的设置, 依次按以下的键, 可以把 P/Y 从默认的 12 变为 1。

[2nd] [P/Y] "1" [ENTER] [2nd][QUIT]

只要你不再改变 P/Y 的设置，该设置将一直保留，直到电池被取出。(开关计算机不会改变设置)。如果你在任何时候想检查设置，按[2nd][P/Y]，应该会显示 P/Y=1.0. 如果确实是这样，按[2nd][QUIT]退出“编程模式”(注意，一定要退出编程模式再进行其他的计算)。当 P/Y 被设置为 1 的时候，可以把 1/Y 当成是每一期的复利率，把 N 当作总共的期数。这样想有助于我们解决 TVM 问题

在开始使用金融计算器之前，需要熟悉一下计算器上关于 TVM 的按键。这些键是你在解决所有的 TVM 问题时所必须知道的键。

N = Number of compounding periods. 总共的计算复利期数

1/Y = Interest rate per compounding period. 每一期的利息(复利利率)

PV = Present Value. 现值

FV = Future Value. 终值

PMT = Annuity payments, or constant periodic cash flow. 每年支付的金额，或者一个永久、每期都一样的现金流

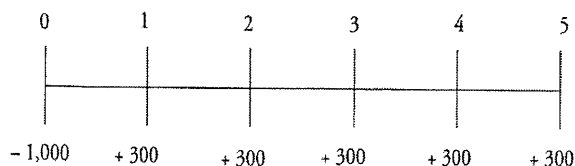
CPT = Compute 按下这个按键以后，开始计算

专家提示:我们在 Schweser library 提供了关于如何使用 TI 计算器的在线视频，你可以通过 www.schweser.com 观看。

● 时间轴(Time Lines)

在开始解决一个 TVM(货币的时间价值)问题的时候，最好的方法都是先画一个时间轴，即一个展示现金流的图表。今天(today)发生的现金流，在时间轴上的位置被定义为 0。对于流出的现金(支付)，在金额前面加上负号；对于流入的现金(收入)，在金额前面加上正号。当把现金流都放到时间轴上各点之后，就可以根据折现(Discounting)来计算投资期起始点时候的现值(Present Value)，或者根据复利(Compounding)计算投资期末结束点时的终值(Future Value)。

图 1 展示了一个时间轴:该项投资，在今天花费\$1,000(现金流出)；在接下来的 5 年里面，每年底会带来\$300 的回报(现金流入)。



请注意，在上面的时间轴上，现金流入/流出都是发生在一个时期的结尾处(即年底)。另外，上一年的年底就是下一年的年初。举例来说，t=2 时期的结尾，就是 t=3 时期的开始。(从图上来说，第一年底的现金流 300，放在 t=1 处)。记住这样的表示法，在解决 TVM 类问题的时候，会简便得多。

专家提示:在本章所复习的问题中,由于使用不同的计算器或者不同的计算方法,得到的结果可能略有不同。所以如果你的计算结果有一点误差,请不要恐慌。

LOS5.a: 解释利率作为要求的收益率,折现率和机会成本。

利率是衡量货币时间价值的工具,虽然不同投资产品的风险不同会导致不同的均衡利率。均衡利率是一项投资的要求的收益率,从这个意义上讲利率是投资者和储蓄者愿意借入和借出资金的利率。利率还可以作为折现率,实际上这些概念都是可以互换的。如果一个投资者可以以 10% 的利率借入资金,这个投资者需要将他未来现金流以 10% 的折现率折现使它的价值等于现在的美元或者其他货币。最后,我们还可以将利率看作是现在消费的机会成本,如果一年期的证券市场利率是 5%,现在消费的机会成本就是取得一年后 5% 的利息(推迟消费)。

LOS5.b: 把利率解释成实际的无风险利率(Real risk-free rate),预期的通货膨胀(Expected inflation)、以及补偿投资者不同种类风险的风险溢价(risk premium)之和。

实际的无风险利率是在假定没有预期通货膨胀的情况下,单期贷款的理论利率。当我们考虑实际回报率的时候,我们是在考虑投资者购买力的增加(即排除通货膨胀的因素)。因为预期的通货膨胀不是 0,所以美国国债利率(US Treasury bills,即 T-bills)的收益率,是无风险利率(risk-free rates),而不是实际无风险利率(real risk-free rate)。T-bills 的收益率,是名义的无风险利率,因为其中包括了通货膨胀溢价。这两种无风险利率的近似关系如下:

名义的无风险利率(nominal risk-free rate) = 实际的无风险利率(real risk-free rate) + 预期的通货膨胀率(expected inflation rate)

另外,证券还可能有一种或者多种的风险。每一种风险,都增加了投资者要求的回报率(Required rate of return)。这些风险包括:

1. **违约风险(Default risk):** 反映了借款人(borrower)没有按期支付本息的风险。
2. **流动性风险(Liquidity risk):** 反映了当出售投资时,获得的收入少于该项投资公允价值(Fair Value)的风险。
3. **期限风险(Maturity risk):** 长期的债券的波动性比短期债券的波动性要大。因此,期限长的债券,比期限短的债券的期限风险要大,所以投资者要求一个风险溢价(risk premium)。这个问题在债券的部分会进一步讲到。

相对于较好的流动性、较短的偿还期、较低的无风险违约利率,以上提到的各种风险因素,都以风险溢价(溢价有时也翻译成升水)的形式,添加到名义的无风险利率上面,从而得到较差流动性、较长的偿还期、较高的无风险利率的补偿。关系如下:

要求的利率(Required interest rate on a security) = 名义无风险利率(nominal risk-free rate)
+ 违约风险溢价(default risk premium)
+ 流动性风险溢价(liquidity risk premium)

+ 期限风险溢价(Maturity risk premium)

LOS5.c: 给定年利率和计息频率, 计算并解释有效年利率, 当计息期不是一年时, 解决货币的时间价值问题。

LOS5.d: 当复利周期不是一年的情况下时间价值。

金融机构一般将利率以年利率标价, 同时标明复利频率, 而不是标价为期间利率——即一个复利期间所能得到的利率。例如, 银行将储蓄利率定为 8%, 每个季度复利一次, 而不是每季度 2%。投资者实际得到的利率是实际年利率(EAR), 实际年利率表示投资者经过复利后真正的投资收益率。

EAR 可以由下面的公式计算

$$EAR = (1 + \text{periodic rate})^m - 1$$

其中, Periodic rate = 名义的年利率(nominal rate) 除以 m , m = 一年之中, 计算复利的期数(the number of compounding periods per year)

很明显, 当名义年利率都是 8% 的时候, 一个按年计复利投资, 与一个按照半年或者每个季度计复利的投资, 其有效年利率(EAR)是不同的。事实上, 只有当每年计复利的时候, 名义利率(stated/nominal rate)才和有效利率(EAR)一致; 当名义年利率不变的时候, 计复利的频率越大, 得到的有效利率就越大。当比较不同的复利期的投资时, 使用 EAR 十分必要, 它使我们能够进行一对一的比较。

举例: 计算 EAR

当名义利率(nominal, or stated rate) 为 12%, 按每季度计复利的有效年利率(EAR)

答案:

这里, 因为按照每季度计复利, 故一年计四次, 所以 $m=4$

$$\text{Period rate} = \text{nominal rate}/m = 12\% / 4 = 3\%$$

$$EAR = (1 + \text{periodic rate})^m - 1 = (1 + 3\%)^4 - 1 = 1.1255 - 1 = 0.1255 = 12.55\%$$

在计算过程中, 用到了计算器上面的 $[y^x]$ 这个键。

在 TI 计算器上, 上面的计算可以通过按下面的键进行: $1.03[y^x]4[=]$

在 HP 计算器上, 上面的计算可以通过按下面的键进行: $1.03[\text{ENTER}]4[y^x]$

举例: 根据不同的计算复利频率, 计算 EAR

名义利率 6%, 计算按照每半年、每季度、每月、每天计复利的有效年利率(EAR)

答案:

$$\text{每半年计复利(semiannual compounding)} = (1 + 3\%)^2 - 1 = 1.06090 - 1 = 0.06090 = 6.090\%$$

$$\text{每季度计复利(quarterly compounding)} = (1 + 1.5\%)^4 - 1 = 1.06136 - 1 = 0.06136 = 6.136\%$$

$$\text{每月计复利(monthly compounding)} = (1 + 0.5\%)^{12} - 1 = 1.06168 - 1 = 0.06168 = 6.168\%$$

$$\text{每天计复利(daily compounding)} = (1 + 0.016438\%)^{365} - 1 = 1.06183 - 1 = 0.06183 = 6.183\%$$

从上面可以看出；当名义年利率不变的时候，计复利的频率越大，得到的有效利率就越大。
 当计复利的期限无限短(即频率无限大)的时候，得到的 EAR 就趋向于一个值，成为连续计复利(continuous compounding)的利率。根据极限有关知识

$$EAR = \lim_{m \rightarrow \infty} (1 + \text{nominal rate}/m)^m - 1 = e^{\text{nominal rate}} - 1 = e^{0.06} - 1 = 6.1837\%$$

相应的按键顺序为 0.06[2nd][e^x][-]1=0.061837

LOS5.d: 在不同频率下计算复利问题。

当复利期间不是一年时，我们要重现计算，以下是两个例子。

Johnjihua 投资 2500 美金到一个 8%年收益季度复利的帐户里。两年后他能拿到多少钱？

答案：八次计有效利率为 $8/4=2\%$ ；帐户 $2500(1.02)^8=\$2929.15$ ；或者，因为 $EAR=(1.02^4)-1=0.082432$ ，我们可以\$2500 以 8.2432%计两年，这样就得到 $2500(1.082432)^2=\$2929.15$ 一样的结果。

Alice 打算三年后在帐户中攒\$5000 块，如果 9%收益月度计息，现在应该存多少钱？

答案：有效月利率为 $9/12=0.75\%$ ，现值为 $5000 / (1.0075)^{36}=\$3820.74$ 。或者算 $EAR=1.0075^{12}-1=0.093807$ 。我们计算为 5000 用 EAR 折现三年 $5000 / (1.09307)^3=\$3820.74$ 一样的结果。

LOS5.e: 计算单笔货币的终值、现值，普通年金、先付年金、永续年金或者一系列的不规则现金流。

● 单笔货币的终值(Future Value of a Single Sum)

终值(FV)是现在的一笔存款放置在支付复利的账户中随时间的增加未来得到的数额。终值也被称为复合价值，就是一个复利起作用的简单例子。

$$FV = PV(1 + 1/Y)^N$$

在这个公式中，

PV=今天投资的资金数额(即 the present value)

$1/Y$ =每一个计复利期间的回报率(rate of return per compounding period)

N = 总共的计复利的期数(total number of compounding periods)

在这个表达式中，投资活动包括初始($t=0$)的单一现金流流出 PV。上面的单笔货币的未来价值计算公式，是为了计算当每一个计复利期间的回报率为 $1/Y$ 的时候，经过 N 个计复利的期数，得到的投资的最终价值 FV。

因子 $(1+1/Y)^N$ 代表了一项投资的复利率，也经常被称为单一现金流在 $1/Y$ 收益率下经过 N 个复利期间的终值因子(future value factor)，或者终值利率因子(future value interest factor)。这些值将会出现在利率因子表(interest factor tables)中，但是我们不会用到这个表格。

举例:单笔货币的终值(FV of a single sum)

计算一项初始投资为\$300 的投资在 10 年之后的 FV，假定每年计复利的利率(annually

compounded rate)为 8%

解答:

用计算器解决这个问题, 输入相关的数据

$N=10; 1/Y=8; PV=-300; CPT \rightarrow FV=\647.68

注意: $PV=-300$ 前面的负号, 这个负号不是必须的, 但是这样使计算得到的 FV 是正的值; 如果输入正值, 忽略掉 FV 前面的负号。

这个相对简单的问题也可以用如下的公式求解。

$$FV=300(1+8\%)^{10}=\$647.68$$

在 TI 计算器上, 按键顺序: $1.08[y^x]10[×]300[=]$

● 单笔货币的现值(Present Value of a Single Sum)

单笔货币的现值, 是将来一个时间点将要得到的一笔现金流的现值。换句话说, 就是计算在给定的回报率(rate of return)和给定的时间内, 为了在将来得到一个确定的价值 FV , 现在需要投资的金额。

前面已经提到, 计算 PV 的过程是折现(discounting, 即将终值折现到现值)。在折现过程中用到的利率通常称为折现率(discount rate), 也称为机会成本(opportunity cost), 要求的回报率(required rate of return), 或者资本的成本(cost of capital)。不管怎么命名, 都表示一项投资可以取得的, 按年计复利的回报率(annual compound rate of return)

在计算单笔货币的终值的时候, 我们有公式

$$FV=PV(1+1/Y)^N$$

对这个公式进行变形, 得到

$$PV = FV \times \left[\frac{1}{(1+1/Y)^N} \right] = \frac{FV}{(1+1/Y)^N}$$

对于单笔的未来现金流, 只要折现率(discount rate)为正, PV 一定小于 FV

$1/(1+Y)^N$ 经常被称为单一现金流在 $1/Y$ 收益率下经过 N 个复利期间的现值因子(present value factor), 或者现值利率因子(present value interest factor), 或者折现率(discount rate)。

举例: 单笔货币的终值(FV of a single sum)

计算一项 5 年之后将收到的 \$1,000 现金流的现值(PV), 假定折现率(discount rate)为 9%

解答:

用计算器解决这个问题, 输入相关的数据

$N=5; 1/Y=9; FV=1000; CPT \rightarrow PV=-\649.93 (忽略符号即可)

注意: 在解决单笔货币的问题时, 既可以输入 FV 为一个正数, 然后忽略得到的 PV 值前面的符号; 或者输入 FV 为一个负数

这个相对简单的问题可以用如下的公式求解:

$$PV = FV \times \left[\frac{1}{(1+1/Y)^N} \right] = \frac{FV}{(1+1/Y)^N} = \frac{1000}{(1+0.09)^5} = \$649.93$$

在 TI 计算器上, 按键顺序: $1.09[y^x]5[=][1/x][\times]1000[=]$

这里得到的 $PV=\$649.93$ 代表, 以 9% 为利率, 一个投资者认为现在的 $\$649.93$ 和五年之后的 $\$1,000$ 之间是无差异的; 换句话说, 在 9% 的回报率下, 如果希望五年以后能得到 $\$1000$, 那么现在必须投资 $\$649.93$ 。

● 年金(Annuities)

年金(annuity)是指, 在一段期间之内, 相同时间的间隔一系列相同金额的现金流。比如说, 在接下来的 8 年里面, 每年年末收到 $\$1,000$ 就是一项年金。有两种类型的年金: 普通年金(ordinary annuities)和先付年金(annuity due)。普通年金是最常见的年金, 指在每个计复利期间(compounding period)结束点时候发生的现金流, 很多的投资或者商业应用上的现金流都是这种形式; 另一种年金是先付年金(annuity due), 现金的支付或者收入发生在计复利期间(compounding period)开始的时候(即, 第一个支付发生在现在 $t=0$)

用计算器来计算年金的 FV 或者 PV, 并不比计算单笔货币的 FV 或者 PV 复杂。你可以知道四个相关的变量, 求解第五个变量(FV 或者 PV)。单笔现金流同年金 TVM 问题的区别在于, 需要输入 PMT(Payment per year, 每年的支付额), 即为每年的收入或者支出的金额(periodic payment), 而非单笔现金流的 PV 或 FV。

举例: 普通年金的终值(FV of an ordinary annuity)

一个普通年金, 在接下来的 15 年中, 每年底投资 $\$150$, 假定投资的期望收益为 7%, 计算该项普通年金的终值(future value)。

解答:

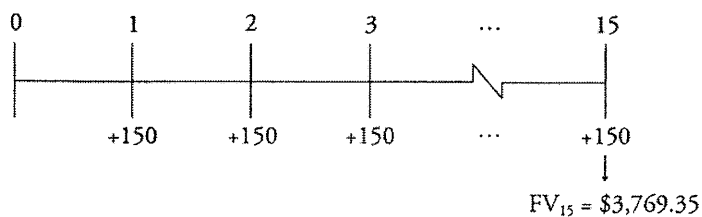
利用计算器:

$N=15; 1/Y=7; PMT=-150; CPT \rightarrow FV=\$3,769.35$

在清空 TVM 函数之后, 默认的 $PV=0$ 。当然, 保险起见, 最好输入 $PV=0$, 即:

$N=15; 1/Y=7; PMT=-150; PV=0; CPT \rightarrow FV=\$3,769.35$

下面的图 2 展示了该问题现金流的时间轴



就像刚才提到的一样, 这个 15 年的年金的现金流的计复利价值(compounded value)的总和是 $\$3,769.35$ 。注意, 这些每年的支付本身只有 $\$150 \times 15 = \$2,250$, 两个数值的差反映的就是 7% 年利率下的利息。

为了找到普通年金的现金流, 我们使用在计算 FV 年金问题时所用到的未来现金流。我们用计算

货币的时间价值的方法将现金流折现到现在时点，而不是将它们复利到未来到期日。

每年支付额(PMT)只是一个简单的单期支付，不是年金中所有的支付。年金的现值(PVA₀)衡量了所有在复利期结束后支付的年金，在给定支付次数(N)和给定的利率下(I/Y)的现值。下面的例子给出了怎么用计算器计算年金的现值。

举例:普通年金的现值(PV of an ordinary annuity)

一个普通年金，在接下来的 13 年中，每年底支付\$200，假定折现率为 6%，计算该项普通年金的现值(present value)。

解答:

支付发生在每年年末，所以该年金为普通年金。为解决该问题，输入相关信息，并计算 PV 利用计算器:

$N=13; 1/Y=6; PMT=-200; FV=0; CPT \rightarrow PV=\$1,770.54$

计算得到的\$1,770.54 代表在 6%的收益率下、为了在接下来的 13 年每年底产生\$200 回报，现在所需要的投资。

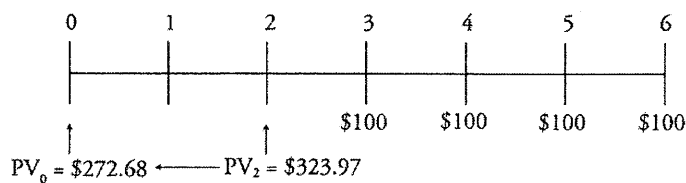
举例:

一个起始时间在 t=1 之后的普通年金的现值(PV of an ordinary annuity beginning later than t=1)

一个普通年金，从第三年底开始，在接下来的 4 年中，每年底支付\$100，假定合适的回报率为 9%，计算该项普通年金的现值(present value)。

解答:

这些现金流的时间轴表示如下图图 3



计算步骤:

步骤 1: 先计算年金在第二年底的 PV(即 PV_2)

输入相关的数据求解 PV_2

$N=4; 1/Y=9; PMT=-100; FV=0; CPT \rightarrow PV=PV_2=\323.97

步骤 2: 计算 PV_2 的现值(t=0 时候)

输入相关数据求解 PV_0

$N=2; 1/Y=9; PMT=0; FV=-323.97; CPT \rightarrow PV=PV_0=\272.68

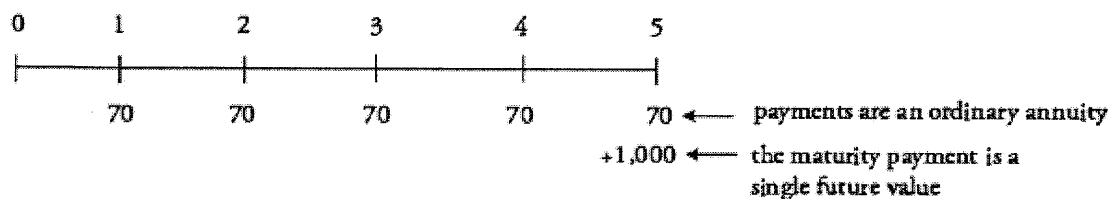
$$\text{利用 } PV = \frac{FV}{(1+I/Y)^N} = \frac{\$323.97}{(1+9\%)^2} = \$272.68$$

在这个问题上，年金被当作普通年金(ordinary annuity)对待。因此，计算出来的 PV，实际是第一笔支付前一个期间点上的现值(PV)。我们必须强调这一点。当计算器被设置到 END 模式(默认模式就是 END 模式)的时候，计算出来的 PV，是年金开始时前一个期间处的现值。例如，在本例中，年金于第 3 年末开始(t=3)，但是我们计算出来的 PV，是 t=2 时候的现值 PV₂。所以，我们在后来求 t=0 时刻的 PV 的时候，只折现了两个期间。

例子:债券现金流的 PV

一个债券在每年年末支付 70 欧元的利息，即为面值的 7%，而且在 5 年偿还期将支付面值 1000 欧元。如果合适的贴现率为 8%，该债券年金的现金流为多少？

解答:5 年期间每年 70 欧元的戏票支付可以被看成是普通年金。到期价值 1000 欧元是最后一笔息票被支付时的价值，在时间轴上，允诺的支付流如下:



债券现金流的未来值可以被分解成 5 个普通年金的现值，加上五年后受到的 1000 欧元的现值。

计算结果为: N=5;PMT=70;I/Y=8;FV=1000;CPT PV=-960

到期收益率为 8%，债券的价值为 960 欧元。

注意 PMT 和 FV 的符号相同，因为两笔现金流都支付给投资者(由债券发行人支付)计算所得的 PV 的符号同 PMT 和 FV 相反

● 先付年金的终值(Future Value of an Annuity Due)

有时候需要计算先付年金的终值(FVA_D)，即现金的支付或者收入发生在计复利期间(compounding period)开始点的时候的年金的终值。幸运的是，我们的金融计算器在经过小小的改动之后可以计算这个，但是计算器必须被设置成 BGN(Beginning-of-period)模式。默认的为 END 模式。

在 TI 计算器上，在 BGN 与 END 模式之间转换，通过下面的进行: [2nd][BGN] [2nd] [SET]

完成之后，“BGN”会显示在屏幕的右上角。如果显示的是需要的模式，按[2nd][QUIT]退出模式编辑。由于通常情况下，你会希望计算器处在 END 模式，所以在使用完 BGN 模式之后，记得改回到 END 模式。当被设定为 END 模式时，显示屏的右上角没有任何的标志。

在 BGN 模式下，注意，虽然每一期现金的支付或者收入发生在计复利期间(compounding period)开始的时候，但是计算出来的先付年金的 FV，是最后一期结束点时候的价值。

计算先付年金的终值 FVA_D 的简便方法是，先计算普通年金的终值 FVA_O 然后将得到的 FV 乘以 $(1+\text{每期的复利率 } 1/Y)$ 。用公式表示

$$FVA_D = FVA_O \times (1+1/Y)$$

下面的例子演示了如何计算一个先付年金的终值

举例:先付年金的终值(FV of an annuity due)

一个先付年金，在接下来的 3 年中，每年初支付\$100，假定现金流能够以 10%的年利率投资。图 4 展示了现金流的时间轴。注意，尽管最后一次支付发生在第 3 年的年初(即第 2 年的年底)，计算出的 FV 是投资期间最后一年的年底(即第 3 年年底)的值。

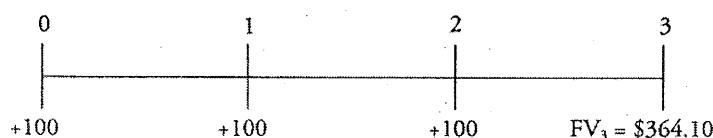
答案:

为了解决这个问题，把计算器调整到 BGN 模式(TI 计算器上，用[2nd][BGN] [2nd] [SET] [2nd][QUIT]; HP 计算器上，用[g][BEG])

在计算器上输入如下数据:

$$N=3; 1/Y=10; PMT=-100; PV=0; CPT \rightarrow FV=\$364.10$$

图 4:先付年金的终值



另一种方法，现计算一个普通年金的 FV ，再用 $(1+I/Y)$ 来乘以它
把计算器设置为 END 模式，输入如下数据:

$$N=3; 1/Y=10; PMT=-100; CPT \rightarrow FV = FVA_O = \$331.00$$

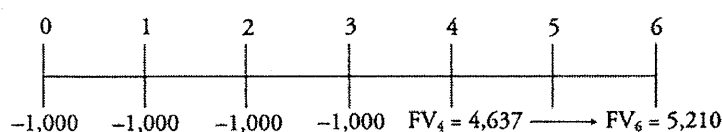
$$FVA_D = FVA_O \times (1+1/Y) = \$331.00 \times 1.10 = \$364.10$$

举例:先付年金的终值(FV of an annuity due)

今天，并且在接下来的三年(第 2 到第 4 年)的每年年初，每次在银行里存入\$1,000，假设利率为 6%，在六年之后你有多少钱？这个问题的时间轴显示在下面的图 5 中。

解答:

图 5:一个先付年金的终值



第一步: 计算这个先付年金在第四年年末的价值

将计算器设置到 BGN 模式，输入相关数据计算 FV_4

$$N=4; 1/Y=6; PMT=-1,000; PV=0; CPT \rightarrow FV = \$4,637.09$$

第二步：计算在第 4 年的两年之后， FV_4 的终值 FV_6

$$N=2; 1/Y=6; PMT=0; PV=-\$4,637.09; CPT \rightarrow FV = \$5,210.23$$

$$\text{或者 } 4637.09(1.06)^2 = \$5210.23$$

注意当计算器被设置为 BGN 模式时，年金的终值公式是最后一次年金存款之后一期的值，本例中 $t=4$

● 先付年金的现值(Present Value of an Annuity Due)

虽然这类问题没有计算普通年金的现值那么常见,但是在考试中还是可能会碰到的。利用金融计算器,计算起来并不困难。对待先付年金的问题,因为第一个现金流发生在 $t=0$ 的时候,所以这个就是 PV,因此会少一个计复利的期间(discounting period)。这说明,在其他条件相同的情况下,一个先付年金的现值,会比一个普通年金的现值大。

从下面的例子可以看出,有两种方法可以计算先付年金的现值。第一种,是将计算器调到 BGN 模式,输入相关变量(PMT, 1/Y, 以及 N),得到 PV。第二种方法,也是更加简便的方法,是把现金流看作普通年金下的现金流,然后把得到的现值乘以 $(1+1/Y)$ 。用公式表示

$$PVA_D = PVA_O \times (1+1/Y)$$

第二种方法的好处是你不用更改计算器默认的 END 模式到 BGN 模式,因此也不会忘记改回 END 模式。不管哪种方法,得到的 PV 都是指的第一期初始时候(即 $t=0$)时的 PV。

举例:先付年金的现值(PV of an annuity due)

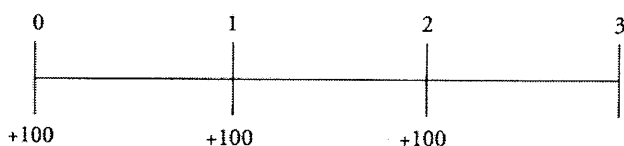
给定折现率为 10%,求一个三年的年金的现值(假定,这项年金在接下来的三年中,从今天开始,每年年初支付\$100)。这个问题的时间轴如下面的图 6:

解答:

首先,我们利用计算器的 BGN 模式解决这个问题。将计算器调整到 BGN 模式。(TI 计算器上,用[2nd][BGN][2nd][SET][2nd][QUIT]; HP 计算器上,用[g][BEG]),输入相关数据

$N=3; 1/Y=10; PMT=-100; CPT \rightarrow PVA_D = \273.55

图 6:先付年金的现值



$$PV = \$273.55$$

另一种方法,保留在 END 模式下。首先,计算对应普通年金的现值,然后乘以 $(1+1/Y)$ 。

$N=3; 1/Y=10; PMT=-100; CPT \rightarrow PVA_O = \248.69

$$PVA_D = PVA_O \times (1+1/Y) = 248.69 \times 1.10 = \$273.55$$

● 永续年金的现值(Present Value of a Perpetuity)

永续年金是这样的一个金融工具,在无穷长的时间内,按期支付固定金额的货币。因此,永续年金就是一个永久的年金。British consul bonds 和多数的首选股(preferred stock)都可以看成永续年金,因为这些工具承诺永远支付固定的利息或者股利。省略掉数学推理,一个永续年金的折现因子(discount factor)就是 1 除以合适的回报率(例如 $1/Y$)。因此,我们可以如下计算一项永续

$$\text{年金的现值 } PV_{\text{perpetuity}} = \frac{PMT}{1/Y}$$

一项永续年金的现值，就是每期支付的现金流，除以每一期合适的回报率(appropriate periodic rate of return)。

在上面的公式中，知道 PMY 和 $1/Y$ ，就可以得到 $PV_{perpetuity}$ 。对于其他的 TVM 问题，可以通过 PV 公式计算未知变量，事实上，知道上面公式中的任意两个变量，可以得到第三个变量。

举例：永续年金的现值

假设用上面例子中描述的数据，Kodon Corporation 的优先股，并且计划永远的执行这个股利政策。假设回报率为 8%，Kodon Corporation 的优先股价值应该是多少？

解答：
$$PV_{perpetuity} = \frac{PMT}{1/Y} = \frac{4.50}{0.08} = \$56.25$$

因此，如果投资者要求的回报率为 8%，那么他愿意为每股优先股支付\$56.25。

举例：一项永续年金的回报率

假设 Kodon Corporation 的优先股每年支付\$4.50 的股利，如果一个投资者为每股优先股支付\$75.00，那么该投资者得到的回报率是多少？

解答：

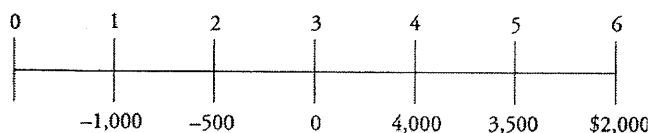
将 $PV_{perpetuity} = \frac{PMT}{1/Y}$ 这个公式变形 $1/Y = \frac{PMT}{PV_{perpetuity}} = \frac{4.50}{75.00} = 0.06 = 6\%$

这说明，投资于每年支付\$4.50 的股利的价值为\$75.00 的优先股，，回报率为 6%

● 不规则现金流的现值和终值(PV and FV of Uneven Cash Flow Series)

在投资和公司财务的应用中，经常会遇到需要评估不规则的现金流(即每一期的现金流的金额不同)的情况。下面图 2 的时间轴就展示了这样一个现金流。

图 2:不规则现金流的时间轴



这个为期 6 年的现金流不是一个年金，因为每年的现金流的数额都不一样(三年为正现金流，两年为负现金流，还有一年为 0)。实际上，这一系列不规则的现金流，只不过是一系列单笔货币现金流(annual single sum cash flows)的汇总。因此，为了得到这个不规则现金流的现值和终值，只需要把每单笔现金流(individual cash flows)的现值和终值计算出来，再加起来就可以了。

举例：计算不规则现金流的终值

假设回报率为 10%，计算上面那个为期 6 年的不规则现金流在第六年底的终值。

解答：

计算这一系列现金流(cash flow streams)的终值，可以先计算每一项单一的现金流(individual

cash flows)的终值，再加起来。注意，我们需要保留现金流的正负符号，不要搞混了。

FV ₁ :	PV = -1,000;	I/Y = 10;	N = 5;	CPT → FV = FV ₁ =	-1,610.51
FV ₂ :	PV = -500;	I/Y = 10;	N = 4;	CPT → FV = FV ₂ =	-732.05
FV ₃ :	PV = 0;	I/Y = 10;	N = 3;	CPT → FV = FV ₃ =	0.00
FV ₄ :	PV = 4,000;	I/Y = 10;	N = 2;	CPT → FV = FV ₄ =	4,840.00
FV ₅ :	PV = 3,500;	I/Y = 10;	N = 1;	CPT → FV = FV ₅ =	3,850.00
FV ₆ :	PV = 2,000;	I/Y = 10;	N = 0;	CPT → FV = FV ₆ =	<u>2,000.00</u>
FV of cash flow stream = $\Sigma FV_{\text{individual}}$ =					8,347.44

举例：计算不规则现金流的终值

假设回报率为10%，计算上面图7中那个为期6年的不规则现金流的现值(t=0时)

解答：

计算这一系列现金流(cash flow streams)的现值，可以先计算每一项单一的现金流(individual cash flows)的现值，再加起来。注意，我们需要保留现金流的正负符号，不要搞混了。计算前，注意首先将PMT重置为0。

PV ₁ :	FV = -1,000;	I/Y = 10;	N = 1;	CPT → PV = PV ₁ =	-909.09
PV ₂ :	FV = -500;	I/Y = 10;	N = 2;	CPT → PV = PV ₂ =	-413.22
PV ₃ :	FV = 0;	I/Y = 10;	N = 3;	CPT → PV = PV ₃ =	0
PV ₄ :	FV = 4,000;	I/Y = 10;	N = 4;	CPT → PV = PV ₄ =	2,732.05
PV ₅ :	FV = 3,500;	I/Y = 10;	N = 5;	CPT → PV = PV ₅ =	2,173.22
PV ₆ :	FV = 2,000;	I/Y = 10;	N = 6;	CPT → PV = PV ₆ =	<u>1,128.95</u>
PV of cash flow stream = $\Sigma PV_{\text{individual}}$ =					\$4,711.91

另外一种计算一系列不规则现金流的现值的方法是，使用计算器的现金流(Cash flow, CF)按键，和净现值(Net present value, NPV)函数。计算结果在下面的表3和表4中进行了展示。在表3中，我们省略了F01, F02等等，因为这些都是1,Fn表示现金流重复的次数。

图8:利用 TI BAI Plus® 计算器计算 NPV 的按键顺序

按键 (Key Strokes)	解释 (Explanation)	计算器上显示 (Display)
[CF] [2nd] [CLR WORK]	Clear CF Memory Registers	CF0 = 0.00000
0 [ENTER]	Initial Cash Outlay	CF0 = 0.00000
[↓] 1,000 [+/-] [ENTER]	Period 1 Cash Flow	C01 = -1,000.00000
[↓] [↓] 500 [+/-] [ENTER]	Period 2 Cash Flow	C02 = -500.00000
[↓] [↓] 0 [ENTER]	Period 3 Cash Flow	C03 = 0.00000
[↓] [↓] 4,000 [ENTER]	Period 4 Cash Flow	C04 = 4,000.00000
[↓] [↓] 3,500 [ENTER]	Period 5 Cash Flow	C05 = 3,500.00000
[↓] [↓] 2,000 [ENTER]	Period 6 Cash Flow	C06 = 2,000.00000
[NPV] 10 [ENTER]	10% Discount Rate	I = 10.00000
[↓] [CPT]	Calculate NPV	NPV = 4,711.91226

注意到如果按键 \downarrow BALL Plus 专业计算器将给出 NFV 为 8347.44

图9:利用 HP12C® 计算器计算 NPV 的按键顺序

按键 (Key Strokes)	解释 (Explanation)	计算器上显示 (Display)
[f] [FIN] [f] [REG]	Clear Memory Registers	0.00000
0 [g] [CF ₀]	Initial Cash Outlay	0.00000
1,000 [CHS] [g] [CF ₁]	Period 1 Cash Flow	-1,000.00000
500 [CHS] [g] [CF ₂]	Period 2 Cash Flow	-500.00000
0 [g] [CF ₃]	Period 3 Cash Flow	0.00000
4,000 [g] [CF ₄]	Period 4 Cash Flow	4,000.00000
3,500 [g] [CF ₅]	Period 5 Cash Flow	3,500.00000
2,000 [g] [CF ₆]	Period 6 Cash Flow	2,000.00000
10 [i]	10% Discount Rate	10.00000
[f] [NPV]	Calculate NPV	4,711.91226

- 当不是按照每年来计复利的时候，解决货币的时间价值问题(Solving Time Value of Money Problems When Compounding Periods Are Other Than Annual)

尽管 TVM 计算类问题的基本概念与计复利的频率无关，但是计复利频率确实会影响到计算出来的 PV 和 FV。由于提高计复利的频率，相当于提高了有效的利率(effective interest rate)，因此，对于给定的现金流，提高计复利的频率，会提高其 FV，降低其 PV。

举例:计复利频率对 FV 和 PV 的影响

假设名义利率(stated interest rate)为 6%，计算一项为期一年的\$1,000 单笔投资，在不同的计复利期间(compounding period)下的 FV 和 PV。

解答:

下面的图中，从第一列到第五列，分别代表计复利频率(Compounding Frequency)，每一期的利率(Interest Rate per Period)，有效利率(Effective Rate of Interest)，终值(Future Value)和现值(Present Value)

图:计复利频率的影响

Compounding Frequency	Interest Rate per Period	Effective Rate of Interest	Future Value	Present Value
Annual (m = 1)	6.000%	6.00%	\$1,060.00	\$943.396
Semiannual (m = 2)	3.000	6.090	1,060.90	942.596
Quarterly (m = 4)	1.500	6.136	1,061.36	942.184
Monthly (m = 12)	0.500	6.168	1,061.68	941.905
Daily (m = 365)	0.016438	6.183	1,061.83	941.769

利用金融计算器，有两种方法可以计算，在不同计复利频率下的 FV 和 PV

方法 1:根据计复利频率相应调整计算器上每一年的期数(P/Y, periods per year)。比如说，如果按

照季度计复利，可以调成 $P/Y=4$ 。但是，我们不建议考生这样做!

方法 2:保持计算器在每年计复利的模式下($P/Y=1$)，并且将 $1/Y$ 设置成每一个计复利期间的利率 (interest rate per compounding period)，将 N 设置为整个投资期间的总的计复利期间的期数。

假设每年计复利的期数为 m ，那么所需要的输入数据可以由下面公式计算

$$1/Y = \text{the annual interest rate} / m = \text{年利率} / \text{每年计复利的期数为 } m$$

$$N = \text{the number of years} \times m = \text{总的年数} \times \text{每年计复利的期数为 } m$$

前例中，计算结果的计算步骤如下：

PV_A :	$FV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 1 = 6$;	$N = 1 \times 1 = 1$;	$CPT \rightarrow PV = PV_A = 943.396$
PV_S :	$FV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 2 = 3$;	$N = 1 \times 2 = 2$;	$CPT \rightarrow PV = PV_S = 942.596$
PV_Q :	$FV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 4 = 1.5$;	$N = 1 \times 4 = 4$;	$CPT \rightarrow PV = PV_Q = 942.184$
PV_M :	$FV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 12 = 0.5$;	$N = 1 \times 12 = 12$;	$CPT \rightarrow PV = PV_M = 941.905$
PV_D :	$FV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 365 = 0.016438$;	$N = 1 \times 365 = 365$;	$CPT \rightarrow PV = PV_D = 941.769$
FV_A :	$PV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 1 = 6$;	$N = 1 \times 1 = 1$;	$CPT \rightarrow FV = FV_A = 1,060.00$
FV_S :	$PV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 2 = 3$;	$N = 1 \times 2 = 2$;	$CPT \rightarrow FV = FV_S = 1,060.90$
FV_Q :	$PV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 4 = 1.5$;	$N = 1 \times 4 = 4$;	$CPT \rightarrow FV = FV_Q = 1,061.36$
FV_M :	$PV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 12 = 0.5$;	$N = 1 \times 12 = 12$;	$CPT \rightarrow FV = FV_M = 1,061.68$
FV_D :	$PV = -1,000$;	$I/Y = 6 / 365 = 0.016438$;	$N = 1 \times 365 = 365$;	$CPT \rightarrow FV = FV_D = 1,061.83$

举例:每季度计复利，单笔投资的终值(FV of a single sum using quarterly compounding)

每季度计复利，名义利率 12%，今天投资\$2,000，求五年之后的 FV

答案:

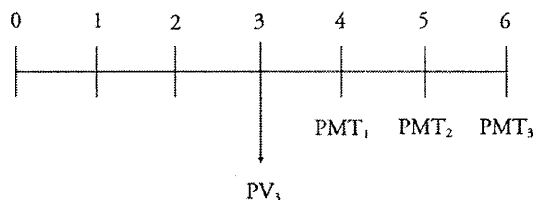
为了解决这个问题，输入相关的数据

$$N=5 \times 4=20; 1/Y=12/4=3; PV=-2,000; CPT \rightarrow FV = \$3,612.22$$

LOS 5.f:用时间轴建模解决资金时间价值问题。

在多数已经讨论过的求现值的问题中，现金流被折现回现在所处的时期。在这样的情况下，我们说 PV 被指定在 $t=0$ 的时刻(indexed to $t=0$)，或者说，时间标尺是 $t=0$ 。比如说，计算一个三年的年金的 $t=0$ 时刻的现值，就是求在第一年开始的时候的现值。这个情况与从第 4 年开始延续到第 6 年的一个为期三年的年金的情况是不同的，在后者的条件下，有时候需要计算第四年开始时候的现值(在这样的情况下，时间标尺就定在 $t=3$)。图 5 展现了这样的时间轴。

图 5:时间标尺 t 不等于 0 时候的时间轴(Indexing Time Line to Other Than $t=0$)



● 贷款的偿付和摊销(Loan Payments and Amortization)

贷款的摊销是用一系列的、定期的支付来偿还一项贷款的过程，在这个过程中，贷款的本金被逐

次支付(或者说摊销)。当一个公司或者个人借了一笔长期贷款的时候, 贷款经常通过一系列等额的支付来还清, 每一次支付都包括了偿还的本金和利息。这些支付可以按月、按季度、或者按年进行。无论偿付的频率如何, 每一次偿付时偿还的金额是一样的。然而, 在每一次的偿付之中, 本金和利息的部分的比例是不同的。让我们看一下下面的一个例子, 来理解贷款的摊销的概念。

举例贷款偿付的计算: 每年进行一次支付(Loan payment calculation: annual payments)

一个公司打算借\$50,000, 贷款期5年。银行以9%的年利率借给公司, 并要求公司分五年还清贷款(在每一年的结束的时候, 支付相同的金额)。计算, 为了将这个贷款完全摊销, 公司每年年底需要偿付的金额。

答案:

为了计算每年偿付金额, 输入相关数据, 计算 PMT 即可

$$N=5; 1/Y=9; PV=-50,000; FV=0; CPT \rightarrow PMT = \$12,854.62$$

因此, 为了将这个贷款完全摊销, 公司每年年底需要偿付的金额为\$12,854.62。注意, 上面计算中 FV=0 指在5年内付清贷款(即第5年末的时候, 不欠银行一分钱)

举例贷款偿付的计算: 每季度进行一次支付(Loan payment calculation: quarterly payments)

还是用上一个例子中提到的那个贷款。如果银行要求公司按季度进行支付, 计算支付数量。

答案:

季度支付的贷款由输入的相关数据和计算的 PMT 决定

$$N=5 \times 4 = 20; 1/Y=9/4=2.25; PV=-50,000; FV=0; CPT \rightarrow PMT = \$3,132.10$$

举例: 建立摊销表(Constructing an amortization schedule)

利率10%, 5年期, 本金为\$10,000的贷款, 在每年年底支付。建立利息和本金部分的摊销表。

答案:

解决这个问题的第一步是计算每年偿付的金额, 可以通过输入相关数据计算 PMT 解决该问题。

$$N=5; 1/Y=10\%; PV=-\$10,000; FV=0; CPT \rightarrow PMT = \$2,637.97$$

因此, 这笔贷款将通过五年中每年年底偿付\$2,637.97的方式还清。每一次偿付, 都分为两个部分: 利息部分和本金的本金, 使得本金部分在第5年底正好还清。具体的每一次偿付的利息和本金部分的计算, 见下摊销表。

<i>Period</i> 期间	<i>Beginning Balance</i> 初始时余额	<i>Payment</i> 支付	<i>Interest Component</i> 利息的部分	<i>Principal Component</i> 本金的部分	<i>Ending Balance</i> 结束时余额
1	\$10,000.00	\$2,637.97	\$1,000.00	\$1,637.97	\$8,362.03
2	8,362.03	2,637.97	836.20	1,801.77	6,560.26
3	6,560.26	2,637.97	656.03	1,981.94	4,578.32
4	4,578.32	2,637.97	457.83	2,180.14	2,398.18
5	2,398.18	2,638.00	239.82	2,398.18	0.00

*最后一期通常会有一点计算误差。多余的与支付相关的 0.03\$反映了误差的调整，同时使得最后的值为 0

1.利息的部分 (Interest Component)=年初贷款余额(Beginning Balance)×该期的贷款利率 (periodic interest rate)。比如说，在第 3 期，利息的部分

$$=\$6,560.26 \times 10\% = \$656.03$$

2.本金的部分 (Principle Component)=该次偿付总额 (Payment) - 利息的部分 (Interest Component)。比如说，在第 4 期，本金的部分

$$=\$2,637.97 - \$457.83 = \$2,180.14$$

3.特定时期 t 贷款余额(Ending Balance)，等于该期的初始时贷款余额(Beginning Balance)，减去该期偿还的本金部分(Principle Component)。而 t 时期的初始余额是(t-1)期的余额。比如说，在第 2 期，结束时贷款余额= $\$8,362.03 - \$1,801.77 = \$6,560.26$

小技巧:一旦求出了每年底需要偿付的金额\$2,637.97，如果需要计算在任何偿付贷款日时，尚欠的贷款(即 Ending Balance)，只需要在输入中改变 N，然后计算 PV 即可(保持 PMT, FV, 1/Y)不变。

举例: 一个特定的贷款偿付的本金和利息部分的计算(Principle and interest component of a specific loan payment)

假设你以 10%的利率借了\$10,000，每半年支付一次相同的金额，10 年还清。计算，在第二次支付之后，贷款余额是多少？

答案:

首先，通过输入相关信息和计算支付来得到支付的数量。

第二次支付的本金和利息通过如下的过程计算:

$$PV = -\$10,000; 1/Y = 10/2 = 5; N = 10 \times 2 = 20; CPT \rightarrow PMT = \$802.43 \text{ (默认 } FV = 0)$$

第一次偿付: 利息部分= $(\$10,000)(0.05) = \500

$$\text{本金部分} = \$802.43 - \$500 = \$302.43$$

第二次偿付: 利息部分= $(\$10,000 - \$302.43)(0.05) = \$484.88$

$$\text{本金部分} = \$802.43 - \$484.88 = \$317.55$$

所以，两次支付之后，尚欠的贷款余额为 $\$10,000 - \$302.43 - \$317.55 = \$9,380.02$

下面的例子，演示了在年金问题中，如何计算 1/Y, N 以及 PMT

举例:

计算为了达到一个给定的 FV，需要的年金的每年的支付额(Computing an annuity payment needed to achieve a given FV)

期望的收益率为 7%，在接下来的 15 年，每年底需要存入多少钱，才能使 15 年后达到\$3,000?

解答:

为了解决这个问题，输入相关的值

$$N = 15; 1/Y = 7; FV = \$3,000; PV = 0; CPT \rightarrow PMT = -\$119.38$$

举例: 计算贷款支付(Computing a loan payment)

假设你申请了\$2,000 贷款, 在接下来的 13 年, 每年年底偿还相同的金额。如果每年的利率为 6%, 那么每年需要偿还的金额是多少?

解答:

$N=13; 1/Y=6; PV=-\$2,000; FV=0; CPT \rightarrow PMT = \225.92

举例: 计算一项年金的期数(Computing the number of periods in an annuity)

假设折现率为 9%, 每年年底支付\$100, 为了积累\$920, 需要多少年?

解答:

需要的支付次数, 可以通过如下计算得到

$1/Y=9%; FV=\$920; PMT= - \$100; PV=0; CPT \rightarrow N=7 \text{ years}$

因此, 在折现率为 9%的条件下, 每年年底支付\$100, 为了积累\$920, 需要 7 年

注意:记住正负符号的习惯表示法。PMT 和 PV 必须符号相反, 否则你的计算器会显示错误信息。

举例: 计算普通年金的年限(Computing the number of years in an ordinary annuity)

假设你现在有\$1,000, 且每年能有 8%的回报。假设在每年末取出\$150, 可以取多少次?

答案:

在计算器中输入:

$1/Y=8%; PMT= \$150; PV=-1,000; FV=0; CPT \rightarrow N=9.9 \text{ years}$

注意:如果用 HP 计算器, 会四舍五入到 10, 不过这对考试没有影响

举例: 计算一项年金的回报率(Computing the rate of return for an annuity)

假设你有机会, 在接下来的五年中, 每年末投资\$100, 在第五年末, 得到\$600 的回报。这项投资的年回报率是多少?

解答:

这个问题, 可以通过输入相关数据, 求解 1/Y 得到

$N=5; FV=\$600; PMT=-100; PV=0; CPT \rightarrow 1/Y =9.13\%$

举例: 计算一项年金的折现率(Computing the discount rate for an annuity)

一项年金, 要求今天存入\$700, 承诺在接下来的 10 年中, 每年年末付给你\$150。求这项年金的回报率?

解答:

本题的贴现率, 可以通过输入 3 个已知值, 求解 1/Y 得到

$N=10; FV=\$600; PMT=100; PV=-700; CPT \rightarrow 1/Y =7.07\%$

货币时间价值公式的其他运用

举例: 计算复合增长率

Acme Inc 的五年中销售额(用百万欧元计算)为 4.5, 5.7, 5.3, 6.9, 7.1, 求这期间销售的复合增长

率?

解答:

五年的销售代表了四年的增长, 每年的复合增长率为 $(7.1/4.5)^{0.25}=12.1\%$

中间的销售额不参与计算。

用计算器计算

$FV=\$7.1; PV=-4.5; N=4; CPT \rightarrow 1/Y=12.08\%$

注意如果销售额是 4.5, 按照每年 12.08%的复合增长率增长 4 年, 会得到

$4.5(1, 1208)^4=7.1$ 。

举例: 计算实现特定增长率需要的时间

一项 1000 美元的投资以 14.87%的复合年收益率需要几年能增长到 2000 美元?

解答:

$FV=2000; PV=-1000; 1/Y=14.87\%; CPT \rightarrow N=4.9999$

以 14.87%的年复合收益率大概需要 5 年时间将投资翻倍。

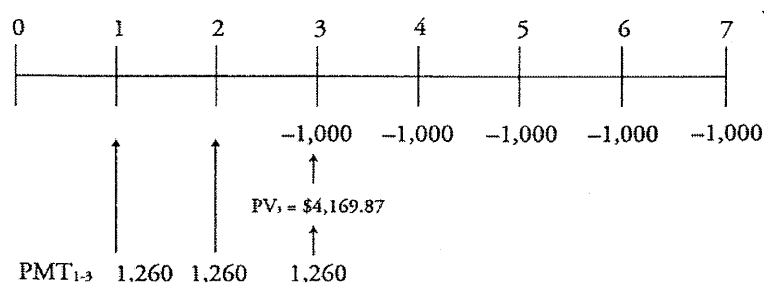
为未来支出筹资

有很多用 TVM 来确定为满足未来支出所必须的当期投资额, 1) 设一个上学攒钱计划 2) 设一个退休金计划。大部分应用中都是要确定为满足目标需要的定存或现存金额。

举例: 为一个先付年金融资, 需要的支付额(Computing the required payment to fund an annuity due)

假设你从第四年年年初(即第 3 年年末)开始, 连续五年, 需要每年年初支付\$1,000。为了积累到这些钱, 你希望在你的投资账户中, 从现在起的一年后开始, 连续三年, 每年存入相同的金额的钱。假设投资回报率为 10%, 那么这三次存款每次存入的金额应该为多少?

图 14 展示了这个年金问题的时间轴。图 14: 为一个将来的债务进行融资



解答:

第一步, 求出为了满足连续五年(第 4-第 8 年年年初, 或者说第 3-第 7 年年末)的支付需要, 在第 4 年年年初(第 3 年年末)需要账户里面有多少钱?

这个数量是一个 5 年期年金在第四年年年初(第三年年末)的 PV

为了求得这个值, 需要把计算器调整到 BGN 模式(由于支付发生在年初)输入相关数据, 计算 PV
 $N=5; 1/Y=10; PMT=-1,000; FV=0; CPT \rightarrow PV=PV_3=\$4,169.87$

另一种方法，保留在 END 模式不变，计算一个 5 年期普通年金的 PV，最后求得的 PV 乘以 1.1
 $N=5; 1/Y=10; PMT=-1,000; FV=0; CPT \rightarrow PV=3790.70; PV_3 = PV \times 1.1 = \$4,169.87$

第三种方法，仍然保留在 END 模式下，但是我们先计算最后四次支付(第 5-第 8 年年初，或者说第 4-第 7 年年末)在 $t=3$ 时候的现值，再加上 \$1,000

$N=4; 1/Y=10; PMT=-1,000; FV=0; CPT \rightarrow PV=\$3,169.87;$

$PV_3 = PV + 1,000 = \$3,169.87 + \$1,000 = \$4,169.87$

PV_3 变成了从今天开始，从 3 个等额年末存款得到的 FV，为了计算满足该需求的三年支付的数量，确保计算器在 END 模式，输入相关数据

$N=3; 1/Y=10; FV = PV_3 = \$4,169.87; CPT \rightarrow PMT = -\$1,259.78$

(如果你忘记在第二部分计算的时候将模式调整回到 END 模式，你会得到错误的答案 \$1,145)

举例: 为退休金计划融资(Funding a retirement plan)

一个 35 岁的投资者，计划在 25 年之后，也就是 60 岁的时候退休。她期望在她退休之前，能够实现 12.5% 的投资收益，退休之后实现 10% 的收益。在接下来的 25 年中，每年年底她需要存入多少钱，才能使她从 60 到 90 岁的 30 年中，每年年初都可以取出 \$25,000?

解答:

这个问题分为两步。第一步，计算在 25 年之后，账户中需要的资金额，以满足使她从 60 到 90 岁的 30 年中，每年年初都可以取出 \$25,000 的需求。第二步，再计算 25 年中，每年需要存入账户的钱。

第一步：计算在 25 年之后，账户中需要的资金额

要求，从第 26 年年初(即第 25 年年末)开始的 30 年中，每年年初都可以取出 \$25,000 供支配。在 END 模式下，可以如下计算

$N=29; 1/Y=10; PMT = -\$25,000; FV=0; CPT \rightarrow PV = \$234,240$ (29 年支付的现值)

在加上第一个支付的 \$25,000，得到 $\$234,240 + \$25,000 = \$259,240$ 。因此，在 25 年后的年底，该投资者的账户中需要 \$259,240。

另一种方法，利用 BGN 模式，来计算这个先付年金的现值(调整模式为 BGN 方法:TI 计算器上，用 [2nd][BGN] [2nd] [SET] [2nd][QUIT]; HP 计算器上，用 [g][BEG])

$N=30; 1/Y=10; PMT = -\$25,000; FV=0; CPT \rightarrow PV = \$259,240.14$

如果用这种方法，记住，算完之后，一定要调回到 END 模式

第二步：计算 25 年中，为了积攒既定数量的年金支付，可以通过输入相关数据计算 PMT

$N=25; 1/Y=12.5; FV=259,240; CPT \rightarrow PMT = -\$1,800.02$

因此，为了在 25 年后积攒 \$259,240，这个投资者每年需要存入 \$1,800。这样的话，他能够在余下的 30 年里每年提取 25000\$

注意:所有这些计算都假设投资者在退休前将得到 12.5% 的支付。而之后退休金账户中将得到 10% 的支付。

- 现值, 终值, 系列现金流之间的联系(The Connection Between Present Values, Future Values,

and Series of Cash Flows)

之前已经在年金和不等额现金流的讨论中讲过，一系列现金流的现值/终值，就是该系列现金流中，每个单独的现金流的现值/终值的加总。

一系列现金流的现值的一种解释是，为了使将来能够取出一系列的现金(并在最后一次支取时耗尽账户的资金)，现在需要在银行中存入多少钱？让我们举一个例子，第1年支取\$100，第2年支取\$200，第3年支取\$300，假定利率为10%。这三笔现金流的现值

$$\frac{100}{1.1} + \frac{200}{1.1^2} + \frac{300}{1.1^3} = \$481.59$$

如果现在在银行账户里面存入\$481.59;

一年后增长为\$481.59×1.1=\$529.75,取出\$100后，剩下\$429.75;

在第二年底，\$429.75将增长为\$429.75×1.1=\$472.73，取出\$200，还剩下\$272.73;

在第三年底，\$272.73将增长为\$272.73×1.1=\$300，最后一次取出\$300，正好把账户中的钱取完。

一系列现金流的未来价值的解释也很直接，如果进行一系列的存款，在将来的一个时刻，账户里会有多少钱？我们假定同样的现金流，第1年存入\$100，第2年存入\$200，第3年存入\$300，再假定同样的利率，三年后，账户中的钱:

$$100(1.1)^2 + 200(1.1) + 300 = 641$$

这其实就是每笔现金流在t=3时候的价值。注意，这一系列现金流的终值(t=3)与现值(t=0)有如下关系: $481.59(1.1)^3 = 641$

\$100 现金流产生于 t 中，所以它将在两期内获取 10% 的复利，(直到 t=3), \$200 现金流存款在 t=2 和 t=3 间收到 10% 的收益

让我们从账户价值增长的过程来看一看终值。t=1 时在银行账户里面存入\$100，一年后(t=2)增长为\$100×1.1=\$110，加上 t=2 时存入的 200，t=2 时候账户余额为 310。再经过一年，到了第三年年底，\$310 将增长为\$310×1.1=\$341，加上存入的\$300，账户余额为\$641。当然，这就是我们初始计算的未来自。

小技巧: 之前描述的计算一系列到期支付的终值的过程可以被写成 $[(100*1.1)+200]*1.1+300=641$ 。这也是计算某些终值问题的较快的方法。

如果上述三次存款都是在年初的时候存入的，那么在第三年年末，银行账户余额会比刚才计算的大 10%，即 $641*1.1=\$705.1$)

现金流的可加性原理(cash flow additivity principle)指，一系列现金流的现值，就是该系列现金流中，每个单独的现金流的现值的加总。这一原理在解决货币的时间问题(Time value of Money, TVM)时有很多应用。比如，由两个系列的现金流，为了求总的现值，可以把两个系列对应时间点的现金流先加起来，然后再求每个时间点上现金流的现值的加总。我们也可以把一系列现金

流按照我们希望的方式加总，每一部分的现值等于初始系列的现值。

举例: 可加性原理(Additivity principle)

一个证券，在接下来的四年的年末，将进行如下支付:\$100, \$100, \$400 和\$100。计算这些现金流的现值，假定折现率为 10%

解答:

可以把这个现金流分成两个系列(Series):

t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	
100	100	100	100	cash flow series #1
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>300</u>	<u>0</u>	cash flow series #2
\$100	\$100	\$400	\$100	

可加性原理告诉我们，可以通过求解现金流系列 1(Series #1, 为期 4 期的年金)和现金流系列 2(Series #2, 发生在第 3 期的单一支付)的现值之和，得到原始现金流系列的现值。

对年金(Series #1), N=4; PMT=100; FV=0; 1/Y=10; CPT → PV= -\$316.99

对单一支付(Series #2), N=3; PMT=0; FV=300; 1/Y=10; CPT → PV= -\$225.39

这两个值得和:316.99+225.39=\$542.38

计算结果和直接计算原始现金流系列的现值一样:

$$\frac{100}{1.1} + \frac{100}{1.1^2} + \frac{400}{1.1^3} + \frac{100}{1.1^4} = \$542.38$$

关键概念回顾

LOS 5.a

利率可以理解为均衡收益率，计算未来现金流的折现率，或者是现在消费而非储蓄和投资的机会成本。

LOS 5.b

要求的回报率(Required rate of return on a security) = 实际无风险利率(real risk-free rate) + 预期通货膨胀率 (expected inflation rate) + 违约风险溢价(default risk premium) + 流动性风险溢价(liquidity risk premium) + 期限风险溢价(Maturity risk premium)

LOS 5.c

终值 $FV = PV(1+1/Y)^N$; 现值 $PV = FV/(1+1/Y)^N$

当计算复利的期间为 m 时，有效年利率 = $\left(1 + \frac{\text{年利率}}{m}\right)^m - 1$

每个美元一年内将增值 $\left(1 + \frac{\text{年利率}}{m}\right)^m - 1$

对于非整年的 TVM(货币的时间价值)问题，首先，把名义利率除以每年计复利的期数 m 得到 $1/Y$ ，并且把年数乘以每年计复利的期数 m 得到总的期数 N

LOS 5.d

年金(annuity)是指，在一段期间之内，每隔相同时间间隔发生的、一系列相同金额的现金流。

普通年金(ordinary annuity)指现金的支付或者收入发生在每个计复利期间(compounding period)结束的时候

先付年金(annuity due)指现金的支付或者收入发生在计复利期间(compounding period)开始的时候

永续年金是无穷长时间的年金。永续年金现值可以通过如下公式计算：
$$PV_{\text{perpetuity}} = \frac{PMT}{1/Y}$$

LOS 5.e

一系列现金流的现值等于每一笔现金流的现值之和

一系列现金流的现值(终值)，就是该系列现金流中，每个单独的现金流的现值(终值)的加总。

抵押贷款是一种摊销的贷款，每次偿还相同的金额(年金)，且每次偿还的金额中包括当期利息和部分的本金。

Session 2

LOS 6 现金流折现的应用

考试要点

这一部分包含几个话题，但都很重要，因为他们很有用，而且很可能出现在考卷上。你必须会使用计算器上的现金流函数来计算净现值(Net present value, NPV)和内部回报率(Internal rate of return, IRR)。在公司财务(Corporate Finance)部分，我们会用到 NPV 和 IRR，但是你必须在这一节知道如何计算他们。按照时间加权(time-weighted)和按照货币加权(money-weighted)的回报率是进行分析的标准工具。不要在这里花的时间太短，因为这些概念、技巧是基本的知识，在 CFA 课程所有三级中都会反复出现。

LOS 6.a: 计算、解释一项投资的净现值(net present value, NPV)和内部回报率(Internal rate of return, IRR)。

净现值(NPV)

一个投资项目的净现值(NPV)，是这个项目带来的预期现金流流入(expected cash inflows)的现值，减去该项目预期现金流流出(expected cash outflows)的现值。所有的现金流都按照一个合适的资本成本(appropriate cost of capital)折现。在计算 NPV 的时候，可能用到下面的步骤：

- 找出该项投资带来的所有成本(outflows)和收益(inflows)
- 找出该项投资的合适的折现率(discount rate)或者机会成本(opportunity cost)
- 用合适的折现率，来计算每一笔现金流的现值(PV)。现金流入有正的现值，将增加 NPV
- 将所有的折现的现金流(DCFs)加起来，计算 NPV

数学上的公式是：
$$NPV = \sum_{t=0}^N \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

其中， CF_t = t 时刻预期的净现金流(the expected net cash flow at time t)

N = 该项投资的预期时间长度(the estimated life of the investment)

r = 折现率/机会成本(discount rate=opportunity cost)

NPV 其实就是后面年度的现金流的现值，减去初始的现金流支出。

举例：计算 NPV(Computing NPV)

一项投资，初始投资\$5 million，在第 1 年末回报\$1.6 million，在第 2 年末回报\$2.4 million，在第 3 年末回报\$2.8 million。用 12%的折现率，求这个投资的 NPV

答案：NPV 就是整个项目期间产生的现金流的现值的加总，可以通过如下步骤计算

$$NPV = -\$5.0 + \frac{\$1.6}{1.12} + \frac{\$2.4}{1.12^2} + \frac{\$2.8}{1.12^3}$$

$$= \$5.0 + \$1.42857 + \$1.91327 + \$1.99299 = \$0.3348 \text{million, or } \$334,800$$

利用 TI BAII Plus® 或者 HP12C® 计算器的 NPV 函数也可以计算这个题目，过程如下图 1 和图 2 所示

图 1:用 TI Business Analyst II Plus®计算 NPV

按键 (Key Strokes)	解释 (Explanation)	显示 (Display)
[CF] [2nd] [CLR WORK]	Clear CF Memory Registers	CF0 = 0.00000
5 [+/-] [ENTER]	Initial Cash Outlay	CF0 = -5.00000
[↓] 1.6 [ENTER]	Period 1 Cash Flow	C01 = 1.60000
[↓] [↓] 2.4 [ENTER]	Period 2 Cash Flow	C02 = 2.40000
[↓] [↓] 2.8 [ENTER]	Period 3 Cash Flow	C03 = 2.80000
[NPV] 12 [ENTER]	12% discount rate	I = 12.00000
[↓] [CPT]	Calculate NPV	NPV = 0.33482

图 2:用 HP12C®计算 NPV

按键 (Key Strokes)	解释 (Explanation)	显示 (Display)
[f] [FIN] [f] [REG]	Clear Memory Registers	0.00000
5 [CHS] [g] [CF ₀]	Initial Cash Outlay	-5.00000
1.6 [g] [CF ₁]	Period 1 Cash flow	1.60000
2.4 [g] [CF ₁]	Period 2 Cash flow	2.40000
2.8 [g] [CF ₁]	Period 3 Cash flow	2.80000
12 [i]	12% discount rate	12.00000
[f] [NPV]	Calculate NPV	0.33482

在 TI BAII Plus 计算器中，按键[↓] [↓]可以跳过变量 F01,F02。F 指现金流的频率(Frequency)，默认值为 1。解答这个题目的时候，我们没有改变默认值，原因是每个现金流都只出现了一次。如果第 2 期的现金流 C02 重复了 3 次(即 t=2,3,4 的时候现金流相等)，可以让 F02=3。在这个情况下，下一个输入 C03,其实是输入 t=5 时刻的现金流。

在 HP12C 计算器中，你同样可以计算重复现金流的数量。正如在 TI BAII Plus 计算器中提到的那样，在第 2 期的现金流重复了 3 期是指输入两期现金流之后，立即连续输入 3[g] N_j

小技巧:NPV 函数也可以解决求一系列现金流的现值(present value)的问题，只要让初始现金投入 CF₀=0 即可。并且按照上面的方式输入现金流 CF₁ 至 CF_N，由于初始时无负的现金流出

内部回报率(IRR)

内部回报率(Internal rate of return)的定义是:在该回报率下，一项投资的所有的期望现金流流入的

现值，与该投资所有的期望现金流出的现值相同。即在该回报率下，这个投资的净现值(NPV)为0

计算 IRR，只需要知道一个投资机会的相关现金流即可。IRR 与市场决定的折现率、或者任何受市场引导的外部数据无关。求解 IRR 的一般公式是

$$0 = CF_0 + \frac{CF_1}{1 + IRR} + \frac{CF_2}{(1 + IRR)^2} + \Lambda + \frac{CF_N}{(1 + IRR)^N}$$

在 IRR 的应用中，多数涉及到资本预算(capital budgeting)。初始的现金流 CF₀，表示一个投资机会的初始现金投入，因此是一个负数。所以，任何比 IRR 大的折现率下，得到的 NPV 都是负数。当折现率为 IRR 时，这个投资的净现值(NPV)为0

举例: 计算 IRR(Computing IRR)

还是用上面的例子的数据，求 IRR

解答:

将数据带到 IRR 的公式中 $0 = -5.0 + \frac{1.6}{1 + IRR} + \frac{2.4}{(1 + IRR)^2} + \frac{2.8}{(1 + IRR)^3}$

解这个方程，得到 IRR=15.52%

如果没有金融计算器，只能用试错法(trial and error)来猜测 IRR，通过反复计算，得到一个使 NPV 为 0 的折现率，就是要求的 IRR。实际上来做，需要使用金融计算器或者 Excel。利用 TI BAI Plus® 或者 HP12C® 计算器的 IRR 函数也可以计算这个题目，过程如下图所示

图 3:利用 TI Business Analyst II Plus®计算 IRR

按键 (Key Strokes)	解释 (Explanation)	计算器上显示 (Display)
[CF] [2nd] [CLR WORK]	Clear Memory Registers	CF0 = 0.00000
5 [+/-] [ENTER]	Initial Cash Outlay	CF0 = -5.00000
[↓] 1.6 [ENTER]	Period 1 Cash Flow	C01 = 1.60000
[↓] [↓] 2.4 [ENTER]	Period 2 Cash Flow	C02 = 2.40000
[↓] [↓] 2.8 [ENTER]	Period 3 Cash Flow	C03 = 2.80000
[IRR] [CPT]	Calculate IRR	IRR = 15.51757

图 4:利用 HP12C® 计算 IRR

按键 (Key Strokes)	解释 (Explanation)	计算器上显示 (Display)
[f] [FIN] [f] [REG]	Clear Memory Registers	0.00000
5 [CHS] [g] [CF ₀]	Initial Cash Outlay	-5.00000
1.6 [g] [CF ₁]	Period 1 Cash flow	1.60000
2.4 [g] [CF ₂]	Period 2 Cash flow	2.40000
2.8 [g] [CF ₃]	Period 3 Cash flow	2.80000
[f] [IRR]	Calculate IRR	15.51757

LOS 6.b:对比 NPV 规则和 IRR 规则，并且指出 IRR 规则的问题

NPV 规则与 IRR 规则(The NPV Rule Versus the IRR Rule)

NPV 决策规则:如果一项投资有正的 NPV，那么，这个正的 NPV 将会最后到股东手中，增加股东价值。因此，如果一个公司投资于一个有正的 NPV 的项目，股东价值就会增加。

NPV 决策规则总结如下:

- 如果一个项目有正的 NPV，就应该投资这个项目。正的 NPV 的项目将会增加股东价值。
- 如果一个项目有负的 NPV，就不应该投资这个项目。负的 NPV 的项目将会减小股东价值。
- 当两个项目中，只能投资其中一个(mutually exclusive projects)的时候，应该投资于 NPV 较大的那个项目。

IRR 决策规则:利用 IRR 方法看一个投资项目，是从回报率的角度来分析。

IRR 决策规则总结如下:

- 如果一个项目的 IRR，大于公司(投资者)要求的回报率，应该投资于这个项目
- 如果一个项目的 IRR，小于公司(投资者)要求的回报率，不应该投资于这个项目

注意，对于一个单一的项目，NPV 与 IRR 规则得到的决策结果(投资/不投资于该项目)是一致的。如果一个项目的 IRR，大于公司(投资者)要求的回报率，NPV 一定是正数；如果一个项目的 IRR，小于公司(投资者)要求的回报率，NPV 一定是负数。

IRR 规则的问题(Problems Associated With the IRR Method)

当是否投资于一个项目的决策，不影响是否投资于另一个项目的决策的时候，就说这两个项目是独立的(independent projects)。如果两个项目中只能选择投资于其中一个项目，就说这两个项目是互不相容的(mutually exclusive projects)。对于两个互不相容的项目，NPV 与 IRR 规则可能得到不同的决策结果。让我们看一下下面的例子，展示了 NPV 与 IRR 规则得到矛盾的结果。

举例: NPV 与 IRR 规则得到矛盾的结果(Conflicting decisions between NPV and IRR)

假设用 NPV 与 IRR 规则分析两个不相容的项目(mutually exclusive projects), 如果 IRR 原则推荐接受 A 项目, NPV 原则推荐接受 B 项目, 那么应该如何选择呢?

NPV 与 IRR 规则对项目排名, 正好相反(Ranking Reversals with NPV and IRR)

项目	t=0 时刻投资	t=1 时刻现金流	IRR	NPV (折现率为 10%)
A	-\$5,000	\$8,000	60%	\$2,273.72
B	-\$30,000	\$40,000	33%	\$6,364.64

答案:

投资于 A 项目, 能够使股东的财富增加\$2,273.72; 投资于 B 项目, 能够使股东的财富增加\$6,364.64。由于公司的目标是最大化股东价值, 应该选择投资项目 B。(即使项目 A 的 IRR 大于项目 B 的 IRR)

从数学的角度上来说，NPV 方法假定：项目产生的现金流，能够按照项目的资本机会成本 (opportunity cost of capital) 进行再投资；而 IRR 方法假定，按照项目的 IRR 的回报率进行再投资。在 NPV 方法中，用到的折现率体现了一个基于市场的资本机会成本 (market-based opportunity cost of capital)。

总之，由于公司的目标是最大化股东价值，当 NPV 与 IRR 规则得到矛盾的结果的时候，以 NPV 规则为准。

LOS6.c: 计算和解释持有期回报(holding period return)

一个持有期(holding period)可以是任何一段时期。一项投资的持有期，短的可以是几天，长的可以是几年。持有期回报，就是一项投资在持有期期间，投资价值的百分比增长。如果某个资产中间会产生现金流(比如派发股利、利息)，我们把包含进这些中间现金流(interim cash flows)的回报，称作总投资回报(total return)。

看下面的例子，假设有一个美国短期国债(Treasury bill)，以\$980 价格买入，3 个月之后以\$992 卖出。那么，持有期回报(holding period return，简称 HPR)可以这样计算：

$$HPR = \frac{\text{ending value} - \text{beginning value}}{\text{beginning value}} = \frac{\text{ending value}}{\text{beginning value}} - 1 = \frac{992}{980} - 1 = 0.0122 = 1.22\%$$

于是，我们说，该投资者在 3 个月内的持有期回报为 1.22%

再考虑存在中间现金流支付的例子。假设以\$30 买入股票，6 个月之后以\$33 卖出，其间投资者收到了\$0.50 的股利。则持有期回报(在本例中，就是总投资回报 total return)为

$$\begin{aligned} HPR &= \frac{\text{ending value} - \text{beginning value} + \text{cash flow received}}{\text{beginning value}} = \frac{\text{ending value} + \text{cash flow received}}{\text{beginning value}} - 1 \\ &= (33+0.50)/30 - 1 = 0.1167=11.67\% \end{aligned}$$

这就是该投资者在 6 个月内实现的总回报

LOS 6.d: 计算并对比一个投资组合按照价值加权(money-weighted)与按照时间加权(time-weighted)的回报率，并且按照这些回报率评估投资组合的表现。

价值加权的回报率(Money-weighted rate of return)

按照价值加权的回报(Money-weighted rate of return)是 IRR 概念在投资组合上的应用。按照价值加权的回报，是在考虑所有的现金流入和现金流出的情况下，一个投资组合的内部回报率。由于所有存款被存入，账户初始值为流入，而所有取款是流出，正如预期值一样。

举例: 按照价值加权的回报率(Money-weighted rate of return)

假设, 一个投资者在 t=0 时刻, 以\$100 的价格买入了一股, 在下一年年末(t=1), 又花\$120 买入了一股。在第 2 年年末(t=2), 她以\$130 每股的价格卖掉了全部的两股股票。在每一个持有期间, 每股股票派发股利\$2.00。求按照价值加权的回报

第一步: 确定每一个现金流发生的时间。确定是现金流入(+)还是现金流出(-)。

t=0	买入第一股	=	+\$100.00
t=1	第一股的股利	=	-\$2.00
	买入第二股	=	<u>+\$120.00</u>
t=1	小计	+	\$118.00
t=2	二股股票的股利	=	-\$4.00
	卖出股票	=	<u>-\$260.00</u>
t=2	小计		-\$264.00

第二步: 求解折现率, 使所有现金流出的现值, 等于现金流入的现值

$$PV_{inflows} = PV_{outflows}$$

$$\$100 + \frac{\$118}{1+r} = \frac{\$264}{(1+r)^2}$$

第三步: 求解 r, 得到按照价值加权的回报率。可以通过金融计算器 IRR 函数得到。

直觉上, t=0 时候, 在股票账户存入\$100(买了一股股票), t=1 的时候又添加了\$118(派发的\$2 股利, 为新买的股票进行了部分的融资), 最后 t=2 的时候, 股票账户价值\$264。

用 TI 和 HP 计算器计算价值加权的回报率

净现金流(Net cash flows): CF₀= +100; CF₁= +120-2= +118; CF₂= -260+ (-4) = -264

图:利用 TI Business Analyst II Plus®计算价值加权的回报率

按键 (Key Strokes)	解释 (Explanation)	计算器上显示 (Display)
[CF] [2 nd][CLR WORK]	Clear Cash Flow Registers	CF0 = 0.00000
100 [+/-] [ENTER]	Initial Cash Outlay	CF0 = -100.00000
[↓] 118 [+/-] [ENTER]	Period 1 Cash Flow	C01 = -118.00000
[↓] [↓] 264 [ENTER]	Period 2 Cash Flow	C02 = 264.00000
[IRR] [CPT]	Calculate IRR	IRR = 13.86122

图:利用 HP12C® 计算价值加权的回报率

按键 (Key Strokes)	解释 (Explanation)	计算器上显示 (Display)
[f] [FIN] [f] [REG]	Clear Memory Registers	0.00000
100 [CHS] [g] [CF ₀]	Initial Cash Outlay	-100.00000
118 [CHS] [g] [CF ₁]	Period 1 Cash Flow	-118.00000
264 [g] [CF ₂]	Period 2 Cash Flow	264.00000
[f] [IRR]	Calculate IRR	13.86122

专家提示:在之前的例子中,我们将现金流作为正值输入而把结束值作为负值输入,(投资者可以从账户中取出这笔钱)。注意如果我们将现金流作为负值输入,而将结束值作为正值输入(到投资者的口袋中),结果也是一样的。只要进入账户中的值和从账户中支出的值符号相反,计算得到的 IRR 就是对的。

时间加权的回报率(Time-weighted rate of return)

时间加权的回报率(Time-weighted rate of return)衡量复合的增长(compound growth)。

举例:按照时间加权的回报率(Time-weighted rate of return)

假设,一个投资者在 $t=0$ 时刻,以\$100 的价格买入了一股,在下一年年末($t=1$),又花\$120 买入了一股。在第 2 年年末($t=2$),她以\$130 每股的价格卖掉了全部的两股股票。在每一个持有期间,每股股票派发股利\$2.00(情景与上题一样)。求按照时间加权的回报。

答案:

第一步: 根据现金流的时间,把整个投资期间分成两个阶段

持有阶段 1(Holding Period 1) 期初价格 = \$100.00

支付的股利 = \$2.00

期末价格 = \$120.00

持有阶段 2(Holding Period 2) 期初价格 = \$240.00 (2 股)

支付的股利 = +\$4.00 (每股\$2)

期末价格 = +\$260.00 (2 股)

第二步: 计算每一个持有阶段的回报(HPR)

$$HPR_1 = [(120+2)/100]-1=22\%$$

$$HPR_2 = [(260+4)/240]-1=10\%$$

第三步 找出复合的年增长率(compound annual rate),使得总回报与题目中账户 2 年期间的总回报一样。

$$(1 + \text{time-weighted rate of return})^2 = (1.22)(1.10)$$

$$\text{time-weighted rate of return} = [(1.22)(1.10)]^{0.5}-1=15.84\%$$

这是一个几何平均的回报,我们在后面会进一步讲到。在投资行业计算投资表现的时候,按照时间加权的回报率是衡量投资表现时优先考虑的方法,因为这种方法不受到现金流入流出时间(timing)的影响。

在这个例子中,该投资组合按照时间加权的回报率为 15.84%,而按照价值加权的回报率是 13.86%,两个结果不同,主要是因为按照价值加权计算回报率的时候,给第 2 年的权重很大,而第二年的收益较小(10%),造成按照价值加权计算的回报率较小。

LOS6.e: 计算、解释美国短期国债(U.S. Treasury bill)的银行贴现收益率(bank discount yield), 持有期收益率(holding period yield), 有效年收益率(effective annual yield), 货币市场收益率(money market yield)。解释、互相转换持有期收益率(holding period yields), 货币市场收益率(money market yields), 有效年收益率(effective annual yields)和债券等价收益率(bond equivalent yields)

银行贴现收益率(Bank discount yield)

纯粹的折现工具(pure discount instruments), 例如美国短期国债(U.S. T-bills), 和美国政府债券(U.S. government bonds)的出价方式不同。短期国债(U.S. T-bills)是按照贴现收益率的方式出价, 这一方式是基于该种金融工具的票面价值(face value)而不是购买价格(purchase price)。银行贴现收益率(bank discount yield, BDY)的计算方法如下:

$$r_{BD} = \frac{D}{F} \times \frac{360}{t}$$

在上面的式子中,

r_{BD} : 基于银行贴现的年度化的收益(the annualized yield on a bank discount basis)

D: 美元价值的折现, 即购买价格与票面价格的差价(the dollar discount, which is equal to the difference between the face value of the bill and the purchase price)

F: 短期国债的票面价值(face value, or par value of the bill)

t: 到期前剩下的天数(number of days remaining until maturity)

360: 一年的总天数, 按照银行习惯, 一年以 360 天计算(bank convention of number of days in a year)

银行贴现收益率的主要特点是, 用折现的美元金额(dollar discount)占该短期国债票面价值(face value)而不是市场价值(market price)的比例来表示。另外, 按照银行习惯, 一年以 360 天计算, 而不是 365 天。最后, 这个年度化的利率不涉及复利的计算(就是简单的利息)。

举例: 银行贴现收益率(bank discount yield)

一个短期国债, 市场价值\$98,500, 票面价值\$100,000, 120 天后到期, 求银行贴现收益率。

答案:

将具体数值代入公式得到 $r_{BD} = \frac{100,000 - 98,500}{100,000} \times \frac{360}{120} = \frac{1,500}{100,000} \times 3 = 4.50\%$

考生必须意识到, 基于银行贴现来计算出来的收益率, 并不能代表投资者的实际收益率, 原因如下:

- 银行贴现收益率(BDY)利用简单利息(simple interest)进行年度化, 计算中忽略了复利的影响
- 银行贴现收益率(BDY)的计算基于债券的票面价值, 而不是实际的购买价格 - 而投资收益的衡量, 应该基于初始的实际投资额进行衡量

- 银行贴现收益率(BDY)是按照 1 年 360 天, 而不是 365 天进行年度化的

持有期收益率(Holding Period Yield)

HPY 是投资者从购买开始, 到卖出(或者债券到期)期间, 实现的总的回报。HPY 的计算方法如下:

$$\text{下: } HPY = \frac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0} = \frac{P_1 + D_1}{P_0} - 1$$

在上面的式子中,

P_0 : 该种金融工具的初始价格(initial price of the instrument)

P_1 : 到期时收到的价格(price received for instrument at maturity)

D_1 : 利息支付(interest payment, or distribution)

举例:持有期收益率(HPY)

一个短期国债, 市场价值\$98,500, 票面价值\$100,000, 120 天后到期, 求持有期收益率。

答案:

将数据带入上面的公式

这里 $D_1=0$, 是因为美国短期国债 T-bill 是纯粹的贴现工具, 不进行利息的派发

$$HPY = \frac{100,000 - 98,500}{98,500} = \frac{1,500}{98,500} = 1.5228\%$$

有效年收益率(effective annual yield)

有效年收益率是一个年度化之后的值, 基于一年 365 天的假设, 并考虑了复利。计算公式如下:

$$EAY = (1 + HPY)^{365/t} - 1$$

举例:有效年收益率(EAY)

沿用前面例子的数据。计算 120 天, HPY 为 1.5228%的 EAY

答案:

$$EAY = (1 + 0.015228)^{365/120} - 1 = 1.047042 - 1 = 4.7042\%$$

反过来用这个公式, 也可以通过 EAY 求出 HPY

$$HPY = (1 + EAY)^{t/365} - 1 = (1.047042)^{120/365} - 1 = 1.5228\%$$

货币市场收益率(money market yield)

货币市场收益率相当于年度化的持有期收益(annualized holding period yield), 假定每年 360 天。利用货币市场收益率, 使得美国短期国债(T-bill)的收益率报价与普通的基于 360 天的支付利

息的货币市场工具的收益率报价可比。货币市场收益率为 $\frac{360}{\# \text{ days}} * HPY$, 计算公式如下:

$$r_{MM} = HPY \times \frac{360}{t}$$

另一个计算货币市场收益率的方法如下:假设 D 为贴现的美元价值(dollar discount), F 为短期国债的票面价值。由于短期国债不派发利息, 有

$$HPY = \frac{D}{F - D} \quad r_{BD} = \frac{D}{F} \times \frac{360}{t}$$

所以 $HPY = \frac{D}{F - D} = \frac{1}{F/D - 1} = \frac{1}{360/t/r_{BD} - 1}$

$$r_{MM} = HPY \times (360/t) = \frac{1}{360/t/r_{BD} - 1} \times (360/t) = \frac{360 \times r_{BD}}{360 - (t \times r_{BD})}$$

专家提示:我不能够准确的记住这个公式, 但是我(和你)用之前的共识容易将 BDY 转换成 HPY, 将 HPY 转换成货币市场收益率。

举例: 货币市场收益率(Money market yield)

沿用上面的例子。一个短期国债, 120 天后到期, 假设银行贴现率(BDY)为 4.5%, 求货币市场收益率?

答案:

利用公式

$$r_{MM} = \frac{360 \times r_{BD}}{360 - (t \times r_{BD})} = \frac{360 \times 0.045}{360 - (120 \times 0.045)} = \frac{16.2}{354.6} = 4.569\%$$

另一种方法, 先计算出 HPY

由于银行贴现率(BDY)为 4.5%, 实际的贴现百分比为

$$0.045 \times \frac{120}{360} = 0.015 \quad \text{考虑到面值为 1,000, 购买价格为 } 1,000(1-0.015)=985$$

所以 $HPY = \frac{1000}{985} - 1 = 0.0152284$

$$r_{MM} = HPY \times (360/t) = 0.0152284 \times (360/120) = 0.04569 = 4.569\%$$

LOS6.f:解释、互相转换持有期收益率(holding period yields), 货币市场收益率(money market yields), 有效年收益率(effective annual yields)和债券等价收益率(bond equivalent yields)

持有期收益率、货币市场收益率、和有效年收益率之间的转换(Converting Among Holding Period Yields, Money Market Yields, and Effective Annual Yields)

弄清楚三者之间的关系和联系, 就可以通过其中的 1 个收益率, 计算出另外 2 个收益率:

- HPY 是一个投资者持有一个货币市场工具至到期日实现的实际回报

- EAY 是基于 1 年 365 天、并考虑到复利因素的年度化 HPY
- r_{MM} 是一个年度化的收益，但是假定一年 360 天，且不考虑复利的影响

举例:EAY, HPY, r_{MM} 之间的相互转换

假设以\$98,000 的价格买了 150 天后到期的短期国债(T-bill)。向这个投资者卖出该国债的经纪人，开出的收益率报价是 4.898%(货币市场收益率)。计算 HPY 和 EAY

答案:

T-bill HPY 是 $\frac{2000}{98000} = 2.041\%$ ，我们也可以从货币市场收益率得到。

货币市场收益率到持有期收益率—— r_{MM} 是一个年度化的收益，但是假定一年 360。为了从 r_{MM} 得到 HPY，需要把持有期转换成 150 天，即乘以 150/360

$$HPY = r_{MM} \times (150/360) = 0.04898 \times (150/360) = 0.02041 = 2.041\%$$

持有期收益率到有效年收益率——EAY 是基于 1 年 365 天，既然我们已经计算了 HPY，只要转换成每年 365 天就可以计算 EAY，具体如下:

$$EAY = (1 + HPY)^{365/t} - 1 = (1 + 0.02041)^{365/150} - 1 = 1.05039 - 1 = 5.039\%$$

注意把 EAY 转换成 HPY，用到 EAY 的指数。这同 1 加上 EAY 到(t/365)是一样的。例如，我们可以用如下的方法把刚刚计算得到的 EAY 转换回 HPY

$$HPY = (1.05039)^{150/365} - 1 = 2.041\%$$

注意: CFA Level 1 考试中，考生可能会被要求将这三个收益率中的一个，转换成其他的收益率。注意 EAY 和 r_{MM} 仅仅是年度化了的 HPY。如果你熟练在 HPY 和其他收益的数据之间的相互转换，你应该能够解答 CFA1 级考试中的所有问题。

债券等价收益率(Bond Equivalent Yield)

债券的等价收益率指 2 倍的半年贴现率(semiannual discount rate)。这个习俗的由来是:美国的债券每年支付两次票息(coupon interest)，因此收益率的报价也采用 2 倍的半年利率。

举例: 债券等价收益率的计算(1)

3 个月的贷款，持有期收益(holding period yield)为 2%，求债券等价收益率?

答案:

第一步，把 3 个月的收益率转换成半年的收益率(semiannual yield)

$$1.02^2 - 1 = 4.04\%$$

第二步，将上面得到的数字乘以 2，得到债券等价收益率

$$2 \times 4.04\% = 8.08\%$$

举例: 债券等价收益率的计算(2)

一项投资的有效年度收益率(effective annual yield)为 8%，求这个投资的债券等价收益率?

答案:

第一步，把有效年度收益率(EAY)转换成半年度的收益率(semiannual yield)

$$1.08^{0.5}-1=3.923\%$$

第二步，将上面得到的数字乘以 2，得到债券等价收益率

$$2 \times 3.923\% = 7.846\%$$

关键概念

LOS 6.a

净现值(NPV)是按照公司的资本成本,把将来现金流进行折现,减去初始的现金流支出得到的净值。内部回报率(IRR)是使这个投资的现金流净现值(NPV)为 0 的折现率。即项目的预期未来现金流等于项目的初始成本。

如果一个项目有正的 NPV,就应该投资这个项目;如果一个项目的 IRR,大于公司(投资者)要求的回报率,应该投资于这个项目。对于两个独立的项目, NPV 与 IRR 规则得到的决策结果(是否投资于该项目)是一致的。

对于两个互不相容(mutually exclusive)的项目,由于项目规模和现金流时间点的不同, NPV 与 IRR 规则可能得到不同的决策结果。此时,只要 NPV 为正,就应该选择 NPV 较大的项目。

一个项目可能有多个 IRR 或者无 IRR

LOS 6.b

持有期收益率(holding period yield)计算公式如下:

$$HPY = \frac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0} = \frac{P_1 + D_1}{P_0} - 1$$

LOS 6.c

按照价值加权的回报(money-weighted return)是 IRR 概念在投资组合上的应用。按照价值加权的回报,是在考虑所有的现金流入和现金流出的情况下,一个投资组合的内部回报率(在该回报率下,现金流入与现金流出的现值相同)。

按照时间加权的回报率(Time-weighted rate of return)是由账户周期持有收益计算的。而且在业绩测量中经常使用。

LOS 6.d .e

银行贴现收益率(Bank discount yield)是票面价值的百分比贴现,并乘以 $\frac{360}{\text{days to maturity}}$ 进行

年度化之后的收益率, $r_{BD} = \frac{D}{F} \times \frac{360}{t}$

将银行贴现收益率折算成持有期收益的公式为: $\frac{r_{BD} \frac{\text{days}}{360}}{1 - r_{BD} \frac{\text{days}}{360}}$

有效年收益率是一个年度化之后的值，基于一年 365 天的假设，并考虑了复利。计算公式如下：

$$EAY = (1 + HPY)^{365/t} - 1$$

货币市场收益率相当于年度化的持有期收益(annualized holding period yield)，假定每年 360 天。计算公式如下：

$$r_{MM} = HPY \times \frac{360}{t}$$

债券的等价收益率指 2 倍的半年贴现率(semiannual discount rate)

Session 2

LOS 7 统计概念和市场的回报

考试要点

本节讲述描述统计量的应用，以及描述大型数据集的特征。需要注意两个部分(1)中心趋向的度量(Measures of central tendency); (2)分散度的度量(Measures of dispersion)。中心趋向的度量包括算术平均、几何平均、加权平均、中位数、众数; 分散度的度量包括极差、平均绝对偏差和最重要的测量-方差，这些量度量化了偏离中心的程度。在投资中，中心趋向代表了投资的回报，分散度代表了投资的风险。参加 Level I 考试，需要知道正态分布的特性，以及偏离常态的情况: 缺乏对称性(偏度)，或者峰的程度(峰度)。

LOS 7.a: 区别描述统计(descriptive statistics)与推断统计(inferential statistics); 区别总体(population)和样本(sample); 解释各种衡量尺度的差异(differences among the types of measurement scales)

统计(statistics)这个词指数据例如过去 10 年里的 XYZ 股票的收益为 8%，分析数据的方法。统计方法有两个类别:描述统计 (descriptive statistics)与推断统计 (inferential statistics)

描述统计(descriptive statistics)用来总结大型数据集(large data sets)的重要特征。这一节的重点就是描述统计量，把很多的数据整合成有用的信息。

推断统计(inferential statistics)将在后面的章节中谈到。推断统计量主要涉及根据一个小型数据集(smaller set,比如一个 sample)的统计特征，来对一个大的数据集进行预测(forecasts)、估计(estimates)或者判断(judgments)。

一个总体(population) 被定义为，一个研究对象组中所有可能成员的集合(the set of all possible members of a stated group)。纽约证券交易所(NYSE)中交易的所有股票的收益率截面数据(cross-section data)就是一个总体。

衡量一个总体中的每个个体，通常是费时、费财，甚至是不可能的。在这种情况下，可以用一个样本。样本的定义是，我们感兴趣的总体的一个子集(subset)。当总体被定义之后，样本可以从这个整体中抽取，并可以用样本的特征来描述总体的特征。比如，可以从纽约证券交易所 NYSE 所有的股票中选出 30 支股票，来代表所有在该交易所交易的股票。

各种衡量尺度(Type of Measurement Scales)

不同的统计方法使用不同的衡量尺度或程度。衡量尺度可以分为下面四大类:

- **定类尺度(Nominal Scales):** 定类尺度是最不精确的一种度量。所有的观测值(observations)被归类、计数，但是类别(category)之间没有顺序分别。一个例子是对不同的基金进行赋值，令地方债券基金(municipal bond fund)为 1，令公司债券基金(corporate bond fund)为 2，等等。

- **定序尺度(Ordinal Scales):** 定序尺度是比定类尺度进一步的一种度量。每一个观测值都被指定到一个类别中，但是这些类别是按照一个给定的特征进行排序的。比如说，按照投资表现给1000支小盘股排序，将数字1赋值给表现最好的前100支，把数字2赋值给剩下中表现最好的前100支.....依此类推，表现最差的100支股票被赋予数字10。按照这样的尺度，我们可以知道，赋值为3的股票的表现，肯定比赋值为4的股票的表现好。但是，这样的尺度，并不能说明表现的具体差别；也并不能说明赋值为3和4的股票之间表现的差别，与赋值4和5的股票之间表现的差别是不是一样的
- **定距尺度(Interval Scales):** 定距尺度像定序尺度一样，提供相对的排序，但是相邻尺度之间值的差别是相同的。温度是一个很好的例子。49°C肯定比32°C要热，而且我们知道，49°C和32°C之间的差别，与67°C和50°C之间的差别肯定是一样的。定距尺度的一个弱点是，“0”并不一定表示什么都不存在，也就是说，按照距离衡量的比例是没有意义的。比如说，我们不能说30°F是10°F的3倍热。
- **定比尺度(Ratio Scales):** 定比尺度是最精确的度量。定比尺度提供排序，相邻尺度之间值的差别是相同的，而且有一个真正的0作为起始点。货币就是一个定比尺度的例子，如果你有0美元，你没有任何的购买力；如果你有\$4.00，你的购买力将是有\$2.00时候的两倍。

注意:考生有时候用法语词，按精确顺序记住这些尺度:定类尺度(Nominal Scales)，定序尺度(Ordinal Scales)，定距尺度(Interval Scales)，定比尺度(Ratio Scales)。

LOS 7.b: 解释如下的概念:变量(parameter)，样本统计量(sample statistic)，频率分布(frequency distribution)

用来描述一个总体(population)的特征的量度称为变量(parameter)。当有很多总体变量存在的时候，投资分析通常只使用几个，例如平均回报(mean return)和回报的标准差(standard deviation of returns)。

用变量描述总体的性质，类似的，用来描述一个样本(sample)的特征的量度称为样本统计量(sample statistic)

注意:区间也被称为分层。

一个频率分布(frequency distribution)是以图表方式展示统计数据的方法，以便分析大型数据集。频率分布通过把统计数据归类到不同的组、区间、类别，来总结这些数据。同时，频率分布使用的数据，也可以用其他衡量尺度来衡量。

下面的步骤告诉我们，如何去构建一个频率分布(construct a frequency distribution)

第一步: 定义区间(Define the intervals). 构建一个频率分布的第一步是定义使用数据测量的区间。一个区间，或者说类别(class)，包含了一系列可能的观测值。每个区间，必须有一个上界和下界，而且不同的区间不能重复，也不能遗漏任何的可能观测值。也就是说，每一个观测值，都能够被归类到一个区间里面，而且只能够被归类到一个区间(不会被归类到多于一个区间)。

区间的数目是一个重要的考虑因素。如果所用区间太小，数据可能被高度概括，重要的特性可能会丢失，从另一方面说，如果使用的区间太多的话，数据可能不能够被充分的表述。

第二步：对观测值进行归类(Tally the observations)。在区间被定义之后，必须把每个观测值归类到对应的区间中。

第三步：对观测进行计数(Count the observations)。归类完成之后，应该对落到每个区间中的观测值进行计数。频率，就是落到某个给定区间中的观测值的数量。

举例：构建一个频率分布(Constructing a frequency distribution)

利用图 A 中的数据，来构造 Intelco 普通股回报的频率分布

图 A: Intelco, Inc.的普通股年度回报率

10.4%	22.5%	11.1%	-12.4%
9.8%	17.0%	2.8%	8.4%
34.6%	-28.6%	0.6%	5.0%
-17.6%	5.6%	8.9%	40.4%
-1.0%	-4.2%	-5.2%	21.0%

答案:

第一步：定义区间(Define the intervals)。由于 Intelco 公司股票回报率的极差(range)为 69.0%(-28.6% -> 40.4%)。如果取区间长度为 1%，需要有 69 个区间，显得太多。考虑取区间长度为 10%，可以分成 8 个互不重合的区间。最低的区间将是 $-30\% \leq R_t < -20\%$ ，而最高的区间将是 $40\% \leq R_t < 50\%$

第二步：对观测值进行归类和计数(Tally and count the observations)。具体的观测值和计数见下面表 B

表 B:对观测值进行归类和计数

Table B: Tally and Interval Count for Returns Data

<i>Interval</i>	<i>Tallies</i>	<i>Absolute Frequency</i>
$-30\% \leq R_t < -20\%$	/	1
$-20\% \leq R_t < -10\%$	//	2
$-10\% \leq R_t < 0\%$	///	3
$0\% \leq R_t < 10\%$	//////	7
$10\% \leq R_t < 20\%$	///	3
$20\% \leq R_t < 30\%$	//	2
$30\% \leq R_t < 40\%$	/	1
$40\% \leq R_t \leq 50\%$	/	1
Total		20

通过对观测值进行归类和计数，可以得到 Intelco 公司股票年度回报率率的频率分布。注意，有着最大频率的区间是 $0\% \leq R_t < 10\%$ ，该区间内有 7 个观测值。任何一个有着最多观测值的区间被称为众数区间(modal interval.)

LOS 7.c: 对于给定的频率分布，计算和解释相对频率和累积的相对频率(*Relative Frequency and Cumulative Relative Frequency*)。

相对频率是展示数据的另一种方法。相对频率的计算方法是，把每个区间的绝对频率，除以观测值的总个数。简单的说，相对频率就是落到每一个区间的观测值个数占总的观测值个数的百分比。继续我们刚才用到的例子，图 1 展现了相对频率。

图 1:相对频率(Relative frequency)

<i>Interval</i>	<i>Absolute Frequency</i>	<i>Relative Frequency</i>
$-30\% \leq R_t < -20\%$	1	$1/20 = 0.05$, or 5%
$-20\% \leq R_t < -10\%$	2	$2/20 = 0.10$, or 10%
$-10\% \leq R_t < 0\%$	3	$3/20 = 0.15$, or 15%
$0\% \leq R_t < 10\%$	7	$7/20 = 0.35$, or 35%
$10\% \leq R_t < 20\%$	3	$3/20 = 0.15$, or 15%
$20\% \leq R_t < 30\%$	2	$2/20 = 0.10$, or 10%
$30\% \leq R_t < 40\%$	1	$1/20 = 0.05$, or 5%
$40\% \leq R_t \leq 50\%$	1	$1/20 = 0.05$, or 5%
Total	20	100%

通过从最低的区间(Interval)开始到最高区间累加绝对或者相对频率，可以得到累积绝对频率(Cumulative absolute frequency)和累积相对频率(Cumulative relative frequency)。Intelco 公司

股票的累积绝对频率和累积相对频率如下面的图 2。

图 2:累积频率(Cumulative frequencies)

<i>Interval</i>	<i>Absolute Frequency</i>	<i>Relative Frequency</i>	<i>Cumulative Absolute Frequency</i>	<i>Cumulative Relative Frequency</i>
$-30\% \leq R_t < -20\%$	1	5%	1	5%
$-20\% \leq R_t < -10\%$	2	10%	3	15%
$-10\% \leq R_t < 0\%$	3	15%	6	30%
$0\% \leq R_t < 10\%$	7	35%	13	65%
$10\% \leq R_t < 20\%$	3	15%	16	80%
$20\% \leq R_t < 30\%$	2	10%	18	90%
$30\% \leq R_t < 40\%$	1	5%	19	95%
$40\% \leq R_t \leq 50\%$	1	5%	20	100%
Total	20	100%		

注意，某一个区间上的累积绝对(相对)频率的数值，等于从最低的一个区间到该区间中间每一个区间的绝对(相对)频率数值之和。例如，区间 $0\% \leq R_t < 10\%$ 的累积绝对频率为 $13=1+2+3+7$ ，累积相对频率为 $5\%+10\%+15\%+35\%=65\%$

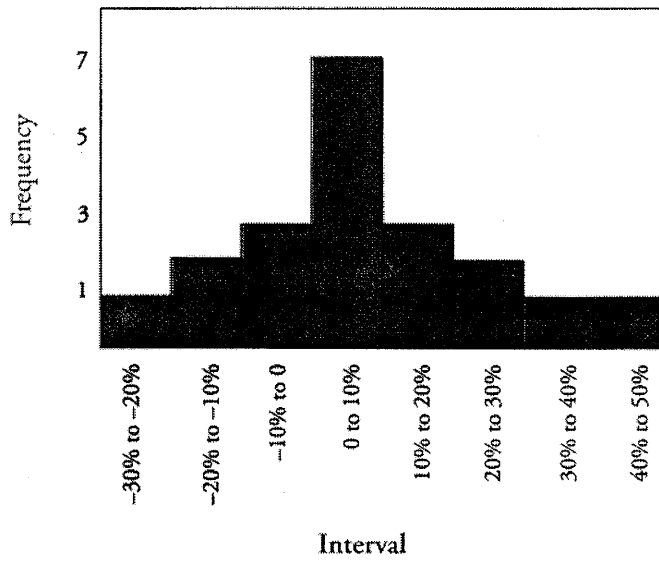
LOS 7.d: 解释分析直方图(histogram)和频率多边形(frequency polygon)

直方图(histogram)和频率多边形(frequency polygon)

直方图(Histogram)是绝对频率分布的图形表示。简单的说，直方图就是用柱状的图形把连续的数据的频率分布(frequency distribution)展现出来。直方图能够让我们快速发现，观测值主要集中在什么区域。

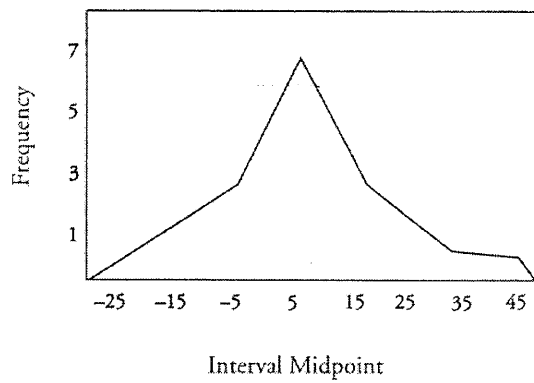
为了构建一个直方图，区间(intervals)被按照比例放置在坐标轴的横轴上，而绝对频率(absolute frequency)则按照比例放在纵轴上。图 3 就展示了这样一个直方图。

图 3:股票回报率数据的直方图



为了构建一个频率多边形(frequency polygon), 每个区间的中值被标记在横轴上, 而绝对频率的数值被标记在纵轴上。然后把每一个点连起来。沿用刚才股票回报率的例子, 频率多边形如下面的图 4。

图 4:股票回报数据的频率多边形



LOS7.e: 计算、解释中心趋向(central tendency)的量度, 包括总体均值(population mean)、样本均值(sample mean)、算术平均值(arithmetic mean)、加权平均值(weighted average mean)、几何平均值(geometric mean)、调和平均值(harmonic mean)、中位数(median)、众数(mode)。

中心趋向的量度(Measures of central tendency), 衡量一个数据集的中心的情况, 或者说平均情况。中间点能够用来代表这个数据集中的典型的、预期的取值。

为了计算总体的均值(population mean):把总体中所有的观测的值加起来的和 $\sum X$, 除以总体中观测的个数 N 。对于一个总体, 均值是唯一的, 只有一个。总体均值用如下的方式表示:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

样本的均值(Sample mean), 是把一个样本中的所有的观测的值加起来的和 $\sum x$, 除以样本中观测的个数 n 。样本的均值, 可以用来推断总体的均值。样本均值可以表示成:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

注意用 n 代表样本数量, 用 N 代表总体数量。

举例: 总体均值和样本均值(population mean and sample mean)

假设负责研究 AXZ 公司的股票。你计算了该公司股票在过去 12 年的收益率(具体数据如下)。你的研究助理决定只用最近 5 年的数据来进行分析(这些数据在下面的数据集中, 被用加粗体突出)。根据给定的信息, 求总体均值和样本均值。

数据集: 12%, **25%**, **34%**, 15%, **19%**, 44%, **54%**, 33%, 22%, 28%, **17%**, 24%

答案:

$$\mu = \text{总体均值} = \frac{12 + 25 + 34 + 15 + 19 + 44 + 54 + 33 + 22 + 28 + 17 + 24}{12} = 27.25\%$$

$$\bar{X} = \text{样本均值} = \frac{25 + 34 + 19 + 54 + 17}{5} = 29.8\%$$

总体均值和样本均值都是算术平均值(arithmetic means), 即用所有观测的值的总和, 除以观测的个数。算术平均是用得最广的衡量中心趋向的度量, 并有如下特征:

- 所有的定距和定比数据(interval and ratio data)都有算术平均值
- 在计算算术平均的时候, 所有的数据值都被用到
- 一个数据集只有一个算术平均值
- 该数据集中所有的观测与算术平均值的偏差(deviation)的总和是 0

中心趋向的度量中, 算术平均值是唯一一个使偏差总和为 0 的度量。数学上, 这个特性可以被如

下表示:

$$\text{平均值偏差总和(sum of mean deviations)} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = 0$$

举例: 算术平均值, 与平均值的偏差(arithmetic mean and deviations from the mean)

计算如下数据集的算术平均:[5, 9, 4, 10]

答案:

算术平均值:

$$\bar{X} = \frac{5+9+4+10}{4} = 7$$

与平均值的偏差的总和:

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = (5-7) + (9-7) + (4-7) + (10-7) = -2 + 2 - 3 + 3 = 0$$

异常的极大或者极小值会对算术平均带来不成比例的影响。1, 2, 3, 50 的均值 14 不是这些数据真实价值的衡量。相反, 算术平均数使用了观测值所有的信息。一个总体的样本算术平均数是对样本的真实均值和下一个观测值的最优度量

加权平均值(weighted mean)的计算过程中, 认识到了不同的观测值应该对平均值带来比例不同的影响。一个数据集的加权平均值如下:

$$\bar{X}_w = \sum_{i=1}^n w_i X_i = (w_1 X_1 + w_2 X_2 + \dots + w_N X_N)$$

其中, X_1, X_2, \dots, X_n 都是观测值, w_1, w_2, \dots, w_n 都是观测值的权重, 且 $\sum w_i = 1$ 。

举例: 一个投资组合回报的加权平均(Weighted average of a portfolio return)

一个投资组合包括:50%普通股, 40%债券, 10%现金。假设普通股回报为 12%, 债券回报为 7%, 现金回报为 3%, 求投资组合的回报?

答案:

$$\bar{X}_w = w_{stock} R_{stock} + w_{bond} R_{bond} + w_{cash} R_{cash}$$

$$\bar{X}_w = (0.50 \times 0.12) + (0.40 \times 0.07) + (0.10 \times 0.03) = 0.091, \text{ or } 9.1\%$$

这个例子展现了一个非常重要的投资概念:一个投资组合的回报, 是该组合中各资产回报的加权平均。权重就是组合中各资产的市场价值占该投资组合总市场价值的比重。

当数据按照升序或者降序排列的时候, 数据集的中间点对应的数就是中位数。一半的观测值比中位数大, 另一半的观测值比中位数小。为了得到中位数, 可以把数据按照从大到小(或者从小到大

大)排列, 然后找到中间的观测值。

中位数这个概念很重要, 因为算术平均数可能会被极大/极小的异常值影响。在这种情况下, 衡量中心趋势时, 中位数比平均数要好, 因为中位数不会受到极大/极小的异常值影响。

举例: 奇数个观测值情况下的中位数(the median using an odd number of observations)

五个投资组合经理, 10年中实现的年度化总收益分别为 30%, 15%, 25%, 21%和 23%, 求中位数?

答案:

首先, 把收益按照降序排列

30%, 25%, 23%, 21%, 15%

然后, 选择中间的数在它前面和在它后面的数目一样, 对于既定的数据集, 第三个观测值 23% 为中位数, 就是 23%

举例: 偶数个观测值情况下的中位数(the median using an even number of observations)

现在增加第 6 个投资组合经理, 其实现的收益率为 28%, 求这 6 个基金经理收益的中位数?

答案:

把收益按照降序排列

30%, 28%, 25%, 23%, 21%, 15%

由于观测值的数目为偶数, 所以中间值不唯一(有两个)。在这样的情况下, 中位数就是中间的两个数 25%, 23%的算术平均, 即 6 个经理收益的中位数为 $24\% = 0.5(25+23)$

我们以前计算过 1, 2, 3 和 50, 均值是 14, 中位数是 2.5。如果数据是 1, 2, 3, 4, 这样均值和中位数都是 2.5。

众数是一个数据集中出现频率最大的数。一个数据集可能有多个众数, 当一个分布中, 如果只有一个值出现频率最大, 就称为单峰(unimodal)。如果一个分布中, 有两个或者三个值出现频率均为最大, 则分别称为双峰(bimodal)或者三峰(trimodal)。

举例: 众数(The mode)

求下面数据集的众数 [30%, 28%, 25%, 23%, 28%, 15%, 5%]

答案:

众数是 28%, 因为它出现的频率最大(2 次)

几何平均在计算多期的投资收益、或者是复合增长率的时候经常用到。几何平均数 G 计算公式

$$\text{如下: } G = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n} = (X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n)^{1/n}$$

注意, 只有当上面式子的因子都是正数的时候, 计算才有意义

当计算回报率的几何平均时，需要把回报率加上 1，再求几何平均，再从计算结果中减去 1。回报率的几何平均 R_G 可以用下面的公式计算：

$$1 + R_G = \sqrt[n]{(1 + R_1) \times (1 + R_2) \times \dots \times (1 + R_n)}$$

其中， R_t 是第 t 期的回报

举例：回报的几何平均(Geometric mean of returns)

过去的三年中，Acme 公司的普通股的回报率为 -9.34%，23.45%和 8.92%，求回报率的几何平均。

答案：

$$1 + R_G = \sqrt[3]{(1 - 0.0934) \times (1 + .2345) \times (1 + 0.0892)}$$

$$1 + R_G = \sqrt[3]{0.9066 \times 1.2345 \times 1.0892} = \sqrt[3]{1.21903} = 1.06825$$

$$R_G = 1.06825 - 1 = 6.825\%$$

用计算器计算的步骤：

- TI 计算器: 1.21903[yx]0.33333[=]
- HP 计算器: 1.21903[ENTER] 0.33333[yx]

注意: 0.33333 代表 1/3

注意: 几何平均数总是小于或者等于算术平均数，而且这个差别随着观测值的分散(dispersion)而增大。只有当所有的观测值大小都一样的时候，几何平均数才等于算术平均数。

调和平均数(harmonic mean)是为某些计算服务的，例如求不同时期买入的股票的平均成本。调和平均的计算公式是

$$\frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}}, \text{ 其中 } N \text{ 为 } X_i \text{ 的个数。}$$

举例：用调和平均数计算平均成本(Calculating average cost with the harmonic mean)

一个投资者每个月花\$1,000 购买股票，在过去的三个月中买的股票的价格分别为\$8, \$9 和\$10，求买入的这些股票的平均成本？

答案：

$$\overline{X}_H = \frac{3}{1/8 + 1/9 + 1/10} = \$8.926 \text{ per share}$$

$$\text{为了验证这个结果，计算总共买入的股票数 } \frac{1,000}{8} + \frac{1,000}{9} + \frac{1,000}{10} = 336.11, \text{ 平均价格为}$$

$$\$3,000/336.11 = \$8.926 \text{ per share}$$

上面的例子展示了调和平均值最常见的应用,注意到股票价格的算术平均值 $\frac{8+9+10}{3}=9$,比调和平均值 8.93 要大。

在观测值不全相等情况下,下列不等式成立:调和平均数<几何平均数<算术平均数

这个数学事实是每月或者每个星期购买相同份额共同基金实现收益的基础,有些人将这个称为“美元成本平均”。

LOS 7.f: 计算、解释四分位数(Quartiles), 五分位数(Quintiles), 十分位数(Deciles)和百分位数(Percentiles)

● **四分位数(Quartiles), 五分位数(Quintiles), 十分位数(Deciles)和百分位数(Percentiles)**

分位数(Quantile)是这样的一个值:在一个数据集中,小于或者等于这个值的数占整个数据集一个特定的比例。分位数的例子包括:

1. 四分位数(Quartiles): 整个分布被分成四份(Quarters)
2. 五分位数(Quintiles): 整个分布被分成五份(fifths)
3. 十分位数(Deciles): 整个分布被分成十份(tenths)
4. 百分位数(Percentiles): 整个分布被分成百份(hundredths)

注意,任何的分位数(Quantile)都可以被表示成百分位数的形式。比如说,第 3 个四分位数(the third quartile)将数据集分成两部分,使得低于该分位数的观测数占总的观测数的 75%,因此第 3 个四分位数也是第 75 个百分位数(75th percentile)。

一般来说,给定一个百分位数 y , 假设总共有 n 个数据点(按照从小到大排列),那么百分位数 y

对应的观测值的位置在: $L_y = (n+1) \frac{y}{100}$

分位数和中心趋势的测量称为位置测量

举例: 四分位数(Quartiles)

求下面的回报率分布的第 3 个四分位数(third quartile)?

8%, 10%, 12%, 13%, 15%, 17%, 17%, 18%, 19%, 23%, 24%

答案:

第 3 个四分位数,也就是 75 百分位数

$$L_y = (n+1) \frac{y}{100} = (11+1) \times \frac{75}{100} = 9$$

因此,按照升序排列的时候,第 3 个四分位数就是从左到右第 9 个数,即 19%

这意味着有 75%的观测值在 19%以下

下面的例子可以看到，如果求出的 L 不是一个整数，那么必须用线性插值(linear interpolation)来确定分位数。

举例：四分位数(Quartiles)

求下面的回报率分布的第 3 个四分位数(third quartile)?

8%, 10%, 12%, 13%, 15%, 17%, 17%, 18%, 19%, 23%, 24%, 26%

答案:

由于数据集有 12 个数，所以第三分位数

$$L_y = (n+1) \frac{y}{100} = (12+1) \times \frac{75}{100} = 9.75$$

这说明，按照升序排列的时候，第 3 个四分位数就是从左到右第 9 个数，再加上 0.75 倍的第 10 个数与第 9 个数之差。在这个例子中第 3 个四分位数就是 $[19\%+0.75 \times (23-19)]=22\%$ ，说明 75% 的观测都在 22% 之下。

LOS 7.g: 计算、解释 1)极差(Range)和平均绝对偏差(mean absolute deviation), 2)样本和总体的方差、标准差(a sample and a population variance and standard deviation)

分散度(dispersion)被定义为，在中心趋向附近的波动(variability around central tendency)。金融和投资一个共同的主题，是回报(reward)与波动(variability)之间此消彼长的关系。中心趋向是衡量回报的，而分散度是衡量风险的。

极差(range)是波动性的一个简单的衡量方法，但是当和其他的衡量方法一起使用的时候，还是能提供很多有用的信息。极差就是一个数据集中，最大和最小值之间的差别。即

极差(range) = 最大值(maximum value) – 最小值(minimum value)

举例：极差:(The range)

五个投资组合经理，5 年中实现的年度化总收益分别为 30%, 12%, 25%, 20%和 23%，求回报率率的极差?

答案:

极差=30%-12%=18%

平均绝对偏差(mean absolute deviation, MAD)是所有单个观测值与算术平均值的偏差的绝对值的平均，计算如下:

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}|}{n}$$

计算平均绝对偏差的时候，之所以把单个观测与算术平均的偏差的绝对值相加，是因为如果不取

绝对值，所有观测值与算术平均的偏差之和是 0，则平均数也恒为 0

举例:平均绝对偏差(MAD)

求上面例子中，投资回报的平均绝对偏差

答案:

年度收益率:[30%, 12%, 25%, 20%, 23%]

$$\bar{X} = \frac{[30 + 12 + 25 + 20 + 23]}{5} = 22\%$$

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}|}{n} = \frac{[|30 - 22| + |12 - 22| + |25 - 22| + |20 - 22| + |23 - 22|]}{5} = 4.8\% \text{ 计}$$

算结果显示，平均来说，一个单个回报率与平均回报率的偏差是 4.8%

总体的方差:被定义为与均值偏差的平方平均。总体的方差计算中用到了总体中的所有成员，公式如下:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$$

其中， μ 为总体的平均值，N 为总体中的观测值个数

举例: 总体的方差(population variance)

沿用上面的例子，进一步假设上面提到的 5 个投资经理就是这个小的投资公司的全部投资经理，求回报率的总体方差

答案:

$$\mu = \frac{[30 + 12 + 25 + 20 + 23]}{5} = 22\%$$

$$\sigma^2 = \frac{[(30 - 22)^2 + (12 - 22)^2 + (25 - 22)^2 + (20 - 22)^2 + (23 - 22)^2]}{5} = 35.60(\%^2)$$

因此，我们可以说与回报均值的平均偏离(average variation from the mean return)是 35.60%²。如果我们用小数而非百分数，偏差将为 0.00356，那么，一个百分比平方(%²)怎么解释？确实没法解释，因此，看看我们可以做些什么使其有意义

正如我们刚刚所见，使用方差的一个主要问题是如何解释它。计算的方差与均值不同，是采用平方单位的测量。那应该如何理解平方百分数，平方美元，平方日元呢？通过使用标准偏差可以解决这个问题。总体标准差， σ 是总体方差的平方根，计算方法如下:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}}$$

举例: 总体的标准差(population standard deviation)

沿用上面的例子

答案:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{[(30-22)^2 + (12-22)^2 + (25-22)^2 + (20-22)^2 + (23-22)^2]}{5}} \\ &= \sqrt{35.60} = 5.97\%\end{aligned}$$

如果按照小数而不是百分数进行计算, 我们得到

$$\sigma^2 = 0.00356 \text{ and } \sigma = \sqrt{0.00356} = 0.05966 = 5.97\%$$

现在, 由于均值与标准差的单位相同(都是百分比), 因此, 这两个值比较容易联系起来。计算结果显示, 平均回报是 22%, 而与平均回报的标准差是 5.97%, 注意标准差比我们计算得到的平均绝对偏差(MAD)4.8%要大。这个结论普遍成立。

样本方差(sample variance), 是衡量从总体中挑选出来的样本的分散度的。计算公式如下:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad \text{其中, } \bar{X} \text{ 为样本平均值, } n \text{ 为样本量}$$

将这个公式和计算总体方差的公式比较, 最主要的不同之处是, 分母现在变成了 n-1(而不是 n)。另外一个差别是, 计算总体方差的公式用到了总体均值 μ , 而计算样本方差的时候, 由于不知道总体均值, 因此使用了样本均值 \bar{X} 。

在计算样本方差的时候, 分母使用 n-1, 是为了使得 s^2 成为 σ^2 的一个无偏估计(unbiased estimator)。如果分母使用 n, 就不再是无偏估计了。

举例: 样本方差(sample variance)

沿用投资经理的例子, 但是此时假设上面提到的 5 个投资经理, 是一个大型投资公司的全部投资经理的一部分, 求回报率样本方差。

答案:

由于这 5 个经理不再是一个总体, 而是一个样本, 因此采用样本方差计算公式。

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{[30+12+25+20+23]}{5} = 22\% \\ s^2 &= \frac{[(30-22)^2 + (12-22)^2 + (25-22)^2 + (20-22)^2 + (23-22)^2]}{5-1} = 44.5(\%^2)\end{aligned}$$

得到的 $44.5\%^2$ 是总体方差的一个无偏估计(unbiased estimator)。注意 44.5% “平方百分位”是 0.00445 ，如果你把收益百分数表达成小数的形式，如 $(0.3 - 0.22)^2$ ，就会得到这个结果。

像总体标准差一样，样本标准差可以通过样本方差的算术平均值计算得到。样本标准差被定义为：

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

举例：样本标准差(sample standard deviation)

沿用上面的例子，求样本标准差

答案：

$$s = [44.5(\%^2)]^{1/2} = 6.67\%$$

6.67% 可以被作为总体标准差 σ 的无偏估计。

LOS 7.h: 利用切比雪夫不等式(Chebyshev's inequality)，计算、解释位于均值上下若干标准差区域内的观测的比例。

切比雪夫不等式(Chebyshev's inequality):对于任意的数据集，无论是样本还是总体数据，无论分布的形状，位于均值上下 k 个标准差区域内的观测的百分比，至少是 $1-1/k^2$ (对所有 $k>1$ 成立)

举例：切比雪夫不等式(Chebyshev's inequality)

对于任意的一个分布，位于均值上下 2 个标准差区域内的观测的百分比至少是多少？

答案：

利用切比雪夫不等式, $k=2$, $1-1/k^2 = 1-1/4=0.75=75\%$

根据切比雪夫不等式，对于任何一个分布，以下关系成立：

- 位于均值上下 1.25 个标准差区域内的观测的百分比至少是: 36%
- 位于均值上下 1.50 个标准差区域内的观测的百分比至少是: 56%
- 位于均值上下 2 个标准差区域内的观测的百分比至少是: 75%
- 位于均值上下 3 个标准差区域内的观测的百分比至少是: 89%
- 位于均值上下 4 个标准差区域内的观测的百分比至少是: 94%

切比雪夫不等式的重要意义在于，它对所有的分布都成立，而与分布具体的形状无关。当然，如果我们知道了分布的具体形式(比如正态)，我们能够更精确的知道，位于均值上下 2 个标准差区域内的观测的百分比。

LOS 7.i: 定义、计算、解释离散系数(coefficient variation) 和夏普比率(Sharpe ratio)

离散系数(coefficient variation)

直接比较两个分布的分散度是很困难的，因为两个分布的规模可能不同。比如说，比较年平均收益为8%的零售公司股票，与年收益为16%的地产公司股票。直接比较这两种股票的分散度没有意义，因为两个均值相差甚大。在这种情况下，我们应该用一个相对的分散度来比较。相对的分散度通常用离散系数衡量(coefficient variation, CV)，公式如下：

$$CV = \frac{s_x}{X} = \frac{x \text{ 的标准差}}{x \text{ 的平均值}}$$

因此，CV 实际是在相对于均值的情境下，考察一个分布的分散度。它的用处在于让我们能够对两个不同的数据集进行比较。在投资中，CV 经常被用来衡量单位的预期回报需要承受的风险。

举例：离散系数(coefficient variation)

T-bill 的月度回报的平均值是 0.25%，标准差是 0.36%，S&P500 的月度回报的平均值是 1.09%，标准差是 7.30%。请比较两者的离散系数，并解释你的结果。

答案：

$$CV_{T\text{-bills}} = \frac{0.36}{0.25} = 1.44 \quad CV_{S\&P500} = \frac{7.30}{1.09} = 6.70$$

结果显示，对每单位的回报，T-bill 的风险比 S&P500 的风险小(1.44 与 6.70)。

注意：为了记忆 CV 的公式，记住系数偏差是对于偏差的测量，所以标准差在分子上，CV 是对于单位收益的偏差的测量。

夏普比率(Sharpe ratio):

夏普比率(Sharpe ratio, 或者回报 - 风险比率)衡量每单位风险得到的超额收益率，在衡量投资表现的时候经常被用到。夏普比率在整个 CFA 大纲中都有要求，公式如下：

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{\overline{r_p} - \overline{r_f}}{\sigma_p}$$

其中， $\overline{r_p}$ = 投资组合的回报； $\overline{r_f}$ = 无风险的回报； σ_p = 投资组合的标准差。

注意夏普比率的分子，是对于无风险收益的测量。 $(\overline{r_p} - \overline{r_f})$ 指的是资产组合 P 的超额收益率，即投资者由于暴露在风险下面，要求的超过无风险利率的额外回报。夏普比率大的投资组合，要优于夏普比率小的投资组合，因为一个理性的投资者，都会偏好回报，而厌恶风险。

举例：夏普比率(The Sharpe ratio)

T-bill(美国短期国债)的月度回报的平均值是 0.25%，S&P500 的月度回报的平均值是 1.30%，标准差是 7.30%。用 T-bill 的收益率作为无风险利率(通常都这样做)，求夏普比率

答案：

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{\overline{r_p} - \overline{r_f}}{\sigma_p} = \frac{1.30\% - 0.25\%}{7.30\%} = 0.144$$

夏普比率为 0.144，表示对于每个单位的风险，S&P500 将赚取 0.144%的超额回报，风险是由资产组合收益的标准偏差测量的。

LOS 7.j: 解释偏度(skew), 解释正偏(positively skewed)和负偏(negatively skewed)的投资回报分布

如果平均值两边的分布一样，就说一个分布是对称(Symmetrical)的。如果投资收益是对称分布的，那么均值两边，同样位置的两个区间的频率是相同的。比如说，一个均值为 0 的对称分布，损失 4%到 6%，与赚取 4%到 6%的频率是一样的。一个投资回报的对称性程度很重要，因为分析员可以得知，与均值的偏差是更可能为正数还是更可能为负数。

偏度(Skewness)，指一个分布不对称的程度。一个不对称的分布，由于受到数据集中异常点(outlier)的影响，可能是正偏(positively skewed)或者负偏(negatively skewed)。异常点指有着极大(可正可负)的观测值的点。

- 一个正偏(positively skewed)的分布的特征是在数值很大的部分 (upper region, 或者说右部)有很多异常点；因此一个正偏的分布又称是右偏的，因为有一个很大的右尾部。
- 一个负偏(negatively skewed)的分布的特征是在数值很小的部分(lower region, 或者说左部)有很多异常点；因此一个负偏的分布又称是左偏的，因为有一个很大的左尾部。

LOS 7.k: , 描述一个非对称分布的平均数(mean)、中位数(median)、和众数(mode)的相对关系。

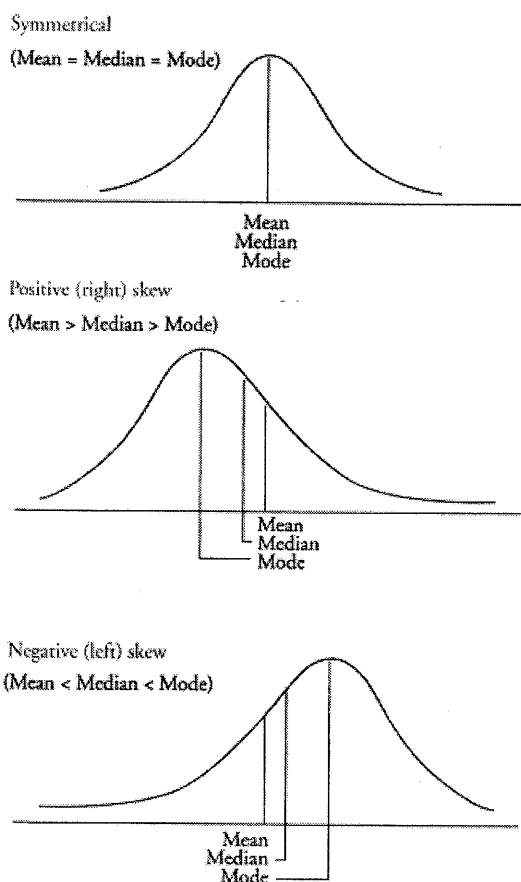
非对称分布的均值(mean), 中位数(median), 众数(mode)

偏度影响一个分布的均值(mean), 中位数(median)和众数(mode)的位置，总结如下：

- 对于对称分布，均值、中位数和众数是一样的。
- 对于一个正偏的分布，通常来说，众数小于中位数；中位数小于均值。均值容易受到异常值(outlier)的影响，而正偏的分布有很多绝对值很大的、数值为正的异常点，因此把均值拉得比较大。房屋的价格就是一个正偏的分布的例子:假设你的周围有 100 栋房子，99 栋售价都是 \$100,000，有一个是\$1,000,000，那么，中位数和众数都是\$100,000，但是均值是\$109,000。因此，均值被相邻的几个值的存在“拉大”了(向右)。
- 对于一个负偏的分布，通常来说，均值小于中位数，中位数小于众数，原因是负偏的分布有很多绝对值很大的、数值为负的异常点，因此把均值拉得比较小(向左)。

注意:记忆偏度数据如何影响中心趋势的关键是知道偏度影响均值而非中位数和众数，均值被拉向偏度的方向。图 5 表明不同分布中均值、中位数和众数的相对位置。注意中位数位于正和负偏度分布的中间

图 5:偏度对均值，中位数和众数的影响

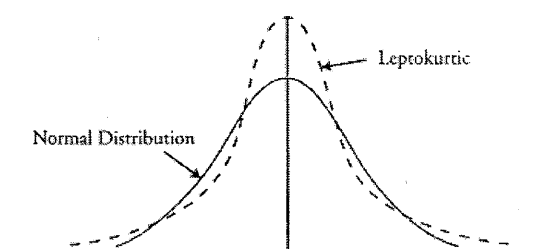


LOS 7.I: 定义、解释样本偏度、峰度的测量

峰度(kurtosis)是衡量一个分布相对于正态分布“更高”的程度。尖峰(leptokurtic)指比正态分布峰更高的分布，而平峰(platykurtic)指比正态分布峰低的分布。而常峰指与正态分布有相同的峰度分布。

像图 6 展示的那样，一个尖峰(leptokurtic)的回报分布，有更多的回报率靠近均值，同时也有更多的回报率离均值很远。相对于正态分布来说，尖峰(leptokurtic)分布，靠近均值 (small deviations from the mean) 的观测值以及非常远离均值 (extremely large deviations from the mean) 的观测值都会更多一些。这说明，对于一个观测值，该值非常靠近均值或者很远离均值的概率都会较大。对于投资回报来说，远离均值的概率增大，通常被认为风险增大。

图 6:峰度(Kurtosis)



所有正态分布的峰度都是 3。如果一个分布比正态分布的峰度多或者少，就说有着超额峰度 (excess kurtosis)。超额峰度可正可负。在报告峰度的时候，有时候统计学家实际选择报告超额峰度，即实际峰度减去 3。因此，正态分布的超额峰度为 0，尖峰的超额峰度大于 0，而平峰的超额峰度小于 0。

峰度在风险管理上很关键。多数关于证券回报的研究显示，回报并不是正态分布的。实际证券回报的分布，既有偏度又有峰度。对于风险管理而言，偏峰是一个十分重要的概念。因为证券投资收益是通过正态分布的假设建模得到的，预测不会考虑到极端的负的结果的潜在性。如果用正态分布对投资回报建模，就没有考虑到极端的负值。实际上，很多的风险管理经理主要的注意力都不在均值或者方差上，而是放在分布的尾部，因为尾部是风险的所在。投资回报如果有很大的正的峰度，以及负的偏度，通常意味着更大的风险。

样本峰度、偏度的测量

样本偏度等于:与均值的偏差的立方和，除以标准差的立方，再除以观测值的数目。计算公式如下:

$$\text{样本数目很大的时候, Sample Skewness 近似为 } S_K = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{s^3}$$

其中, s 是样本标准差

注意: 分母永远是正数, 但是分子可正可负。依赖于在均值之下的观测值的平均值偏离均值的程度。当一个分布是右偏的时候, 样本偏度为正, 因为平均来说, 高于均值的偏差要大一些。一个左偏的分布有一个负的样本偏度。

样本偏度是一种相对偏度(relative skewness), 容易进行解释。如果相对偏度为 0, 说明数据是没有偏的。如果相对偏度大于 0, 说明是正偏的(positively skewed)。如果相对偏度为负, 则说明是负偏的。如果相对偏度 S_k 超过 0.5, 偏度就很显著了。

样本峰度(sample kurtosis), 是用偏差的四次方衡量的

$$\text{Sample kurtosis} = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{s^4} \quad \text{其中, s 是样本标准差}$$

在理解峰度的概念时, 注意它是相对于正态分布的偏度而言的。正态分布的偏度为 3。如果超额峰度(excess kurtosis)为正, 就表示这个分布的峰较高, 尾巴也较大; 如果超额峰度(excess kurtosis)为负, 就表示这个分布的峰较低, 尾巴也较小。超额峰度的绝对值如果大于 1, 就认为是比较大了。我们计算相对于正态分布的峰度如下:

$$\text{超额峰度} = \text{峰度} - 3$$

LOS 7.m: 讨论算术平均值和几何平均值在计算投资回报中的应用。

既然过去每年的回报都是每期复利的，过去每年回报的几何平均值是过去业绩的合适的度量方式。过去三年每年的回报分别是 5%，12%，9%，几何平均值就是 $[(1.05)(1.12)(1.09)]^{1/3} - 1 = 8.63\%$ 。几何平均值告诉我们，如果按照单一增长率，如果复利计算过去三年时间的话，每年 8.63%将和三年分别按照不同增长率获得一样的财富增长。

算术平均值 $(5\%+12\%+9\%)/3=8.67\%$ ，实在给定过去三年回报率结果然后计算下一年回报率最好的统计估计量，但要估计估计多年的回报率，比如估计接下来三年每年的回报率，几何平均值 8.63%才是最合适的估计量。

关键概念

Los 7.a

描述统计(descriptive statistics)用来总结数据集(data sets)的重要特征，推断统计(inferential 根据一个样本的统计特征，来对一个总体进行概率的陈述。

Los 7.b

用来描述一个总体(population)的特征的量度称为变量(parameter)。

用来描述一个样本(sample)的特征的量度称为样本统计量(sample statistic)

一个区间(interval)指观测值(observations)可以落入到的一个范围

一个频率分布(frequency distribution)是把原始数据归类到不同的区间、类别。

Los 7.c

相对频率就是落到每一个区间的观测值个数占总的观测值个数的百分比；通过从最低的区间(Interval)开始累加相对频率，可以得到累积相对频率(Cumulative relative frequency)

Los 7.c

直方图(Histogram)和频率多边形(frequency polygons)是描绘频率分布的图形工具。

Los 7.d

$$\text{算术平均值 } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$\text{几何平均值 } G = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n}$$

$$\text{加权平均值 } \bar{X}_w = \sum_{i=1}^n w_i X_i$$

$$\text{调和平均值 } \bar{X}_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}}$$

中位数:当数据按照升序或者降序排列的时候, 数据集的中间点对应的数就是中位数;

众数是一个数据集中出现频率最大的数

Los 7.e

分位数(Quantile)是这样的一个值:在一个数据集中, 小于或者等于这个值的数占整个数据集一个特定的比例。分位数的例子包括:

- 四分位数(Quartiles): 整个分布被分成四份(Quarters)
- 五分位数(Quintiles): 整个分布被分成五份(fifths)
- 十分位数(Deciles): 整个分布被分成十份(tenths)
- 百分位数(Percentiles): 整个分布被分成百份(hundredths)

Los 7.f

极差就是一个数据集中, 最大和最小值之间的差别。

平均绝对偏差(mean absolute deviation, MAD)是所有单个观测值与算术平均值的偏差的绝对值

的平均:
$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}|}{n}$$

方差:被定义为与均值偏差的平方平均

- 总体方差 $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$, 其中, μ 为总体平均值, N 为总体中的观测值个数

- 样本方差 $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$, 其中, \bar{X} 为样本平均值, n 为样本量

标准差(standard deviation)是方差(variance)的平方根, 经常被用来作为风险的量化量度

LOS 7.g

切比雪夫不等式(Chebyshev's inequality):对于任意的数据集, 无论是样本还是总体数据, 无论分布的形状, 位于均值上下 k 个标准差区域内的观测的百分比, 至少是 $1-1/k^2$ (对所有 $k>1$ 成立)

Los 7.h

离散系数 $CV = \frac{s_X}{\bar{X}}$, 表达了样本标准差在既定分布下的期望值。

夏普比率(Sharpe ratio)衡量每单位风险得到的超额收益率:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{\bar{r}_p - \bar{r}_f}{\sigma_p}$$

Los 7.i

偏度(Skewness)衡量一个分布相对于平均值不对称的程度。

- 右偏(right-skewed)的分布有一个正的样本偏度(sample skewness), 且分布的平均值大于中位数, 中位数大于众数
- 左偏(left-skewed)的分布有一个负的样本偏度(sample skewness), 且分布的平均值小于中位数, 中位数小于众数。
- 绝对值大于 0.5 的样本偏度被认为与 0 区别显著。

Los 7.j

峰度(kurtosis)衡量一个分布的峰的高低情况, 以及极端值的(胖尾)概率

- 超额峰度(excess kurtosis)是相对于正态分布衡量的, 正态分布峰度为 3
- 超额峰度为正数时, 表明分布是尖峰(leotokurtic)分布(尾巴粗, 峰高)
- 超额峰度为负数时, 表明分布是平峰(platykurtic)分布(尾巴细, 峰低)
- 超额峰度的绝对值如果大于 1, 就认为是比较大了

Los 7.l

算术平均值回报适合用来预测未来单一时期的回报, 几何平均值适合用来估计未来过多个时期的复合回报。

Session 2

LOS 8 概率概念和市场收益

考试要点

本节讲述概率论的重要概念，包括随机变量(Random variable)，事件(events)，结果(outcomes)，条件概率(conditional probability)，联合概率(joint probability)。介绍了概率论中的一些定理，比如加法原理(Addition rule)、乘法原理(multiplication rule)。这些定理在实务中经常用到，因此也是考点之一。

我们也讨论了：期望值(Expected value)，标准差(standard deviation)，协方差(covariance)，单独资产与资产组合的相关系数(Correlation for individual asset and portfolio return)。一个准备较好的考生应该能够明白如何计算并理解这些方法。

这一节还讲了计数原理(counting rule)，该原理是下一节会讲到的二项分布(binomial probability distribution)的基础。

LOS 8.a: 定义随机变量(Random variable)，事件(events)，结果(outcomes)，互斥事件(mutually exclusive events)，以及完备事件组

- 一个随机变量是一个不确定的量(uncertain quantity/number)
- 一个结果是一个随机变量的观测值(observed value of a random variable)
- 一个事件是一个单个结果，或者一些结果的集合
- 互斥事件是不同时发生的事件
- 完备事件组是包括了所有的结果(outcome)的事件组

考虑一个六面的骰子(die)。那么，朝上的那个面对应的数字是一个随机变量。如果你骰了一个4，那么4就是一个结果。骰到4同时还是一个事件。骰到偶数是一个事件。骰到4以及骰到6是互斥事件。骰到奇数以及骰到偶数这两个事件，是互斥事件，也构成一个完备事件组。

LOS 8.b: 解释概率的两个性质，区分经验(empirical)概率、主观(subjective)概率和先验(priori)概率

概率有两个性质：

- 任何一个事件，发生的概率都介于0, 1之间($0 \leq P(E_i) \leq 1$)
- 如果一系列的事件 E_1, E_2, \dots, E_n ，是互斥的以及完备的，则这些事件发生概率之和为1

定义性质首先引入 $P(E_i)$ ，它代表了第 i 个事件的概率的缩写。

$P(E_i)=0$ ，表示该事件从来不发生。 $P(E_i)=1$ ，表示结果并不随机，即一定发生。

投掷骰子的时候，骰到每一个数字1-6的概率都一样，都是1/6。骰到1,2,3...6这些事件是完备

事件组，而且是互斥的，因此概率之和应该为 1。我们知道，至少一个数字会被骰到。
一个经验概率是通过分析历史数据得到的。一个先验概率，是通过正式的推理、调研过程得到的。
一个主观概率，是最不正式的，涉及到主观的判断。(相比之下，经验和先验概率是客观概率)

下面的三个例子，分别用到了经验概率，先验概率，以及主观概率

- 经验概率:历史上，道琼斯工业平均指数(DJIA)，在 2/3 的天数中，当天收盘价比前一天收盘价要高。因此，明天道琼斯指数上涨的概率是 2/3, 或者说 66.7%
- 先验概率:昨天，道琼斯工业平均指数的 30 种成份股中，有 24 种上涨。因此，如果随机选择一只股票，有 80%的概率昨天股价上涨。
- 主观概率:“我个人感觉，明天道琼斯工业平均指数上涨的概率是 90%”

LOS 8.c: 用相对概率来描述事件发生或者不发生的概率(State the probability of an event in terms of odds for or against the event)

用相对概率是另一种描述可能性的方法。比如说，一个事件发生的概率是 0.125。那么，这个事

件的相对概率(odds)是：
$$\frac{0.125}{1 - 0.125} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{8}} = \frac{1}{7}$$
 1/7。因此，我们可以这样说，该事件发生的相对

概率(the odds for the event occurring)是 1 比 7。事件不发生的相对概率(the odds against the event occurring)是 7:1

我们也可以把计算过程反过来求一个事件发生的概率。如果我们知道一个事件发生的相对概率是 1:6，那么，我们可以知道该事件发生的概率是 $1/(1+6) = 1/7 = 0.1429=14.29\%$ 。该事件不发生的概率是： $6/(6+1) = 6/7=0.8571=85.71\%$

专家提示:尽管在赛马比赛中，相对于概率而言，我对于事件发生的概率的使用更加熟悉。我记不得要计算股票或者债券的概率。在赛马比赛中使用概率使你知道每投入一匹马 1 美元你将会收到多少收益(如果已知概率)。

如果赔率为 1 赔 15。假设你赌上\$1，如果赢了，得到\$15，原来的\$1 也会退给你。如果输了，原来的\$1 就没有了，赔\$1。

注意给予赢得比赛的事件，这种赛马的期望收益是 0。假设赢输相对概率是 1:15，那么，就是说赢的概率 1/16，输的概率 15/16，则期望收益： $1/16 \times \$15 + 15/16 \times \$(-1) = 0$

LOS 8.d: 区分无条件概率 (unconditional probabilities) 以及条件概率 (conditional probabilities)

- 无条件概率(又称为边际概率, marginal probability)指一个事件单独发生的概率, 这个概率与过去或者将来其他事件是否发生无关。如果我们考虑与利率、通胀变化等因素都无关的经济衰退的概率, 那么我们就是在说经济衰退的无条件概率。

- 当一个事件是否发生影响到了另一个事件发生的概率的时候, 这个概率就叫做条件概率。比如, 我们可能想知道, 在给定货币政策当局提高利率(increase interest rate)的情况下, 发生经济衰退(recession)的概率, 这就是条件概率。关键词是“给定”。用概率的话来说, “给定 B 发生, A 发生的概率”。这里, 给定货币政策当局提高利率的情况下, 发生经济衰退的概率, 可以表示成 $P(\text{经济衰退} | \text{利率上升})$

LOS 8.e: 解释概率乘法原则,加法原则和全概率原则。

概率的乘法原理(multiplication rule of probability)用来计算两个事件的量和概率。用公式表示

$$P(AB) = P(A|B) \times P(B)$$

概率的加法原则(addition rule of probability)用来计算至少一个事件发生的概率:

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

全概率法则用来计算一个给定条件概率下一个时间的非条件概率。

$$P(A) = P(A|B_1) \times P(B_1) + P(A|B_2) \times P(B_2) + \dots + P(A|B_n) \times P(B_n)$$

LOS 8f: 定义联合概率(joint probability), 计算并且解释:1)两个事件的联合概率; 2)已知单独发生的概率和联合概率, 求两个事件中至少一个事件发生的概率; 3) 任意数量的独立事件的联合概率

两个事件的联合概率是两个事件都发生的概率。计算方法是:给定事件 B 发生下, 事件 A 发生的概率(一个条件概率), 乘以事件 B 发生的概率(无条件概率)。这个定理有时候被称为概率的乘法原理(multiplication rule of probability)。用公式表示

$$P(AB) = P(A|B) \times P(B)$$

公式的读法如下:A, B 的联合概率, 等于给定 B 下 A 发生的概率 $P(A|B)$, 乘以事件 B 的无条件概率 $P(B)$

将公式变形, 得到 $P(A|B)$ 计算方法:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

举例: 乘法原理(Multiplication rule)

已知下面信息

- $P(I)=0.4$, 货币政策当局提高利率的概率是 40%
- $P(R|I)=0.7$, 在给定货币政策当局提高利率的情况下, 发生经济衰退的概率是 70%

求 $P(RI)$, 即货币政策当局提高利率, 以及发生经济衰退的联合概率。

答案:

$$P(RI) = P(R|I) \times P(I)$$

$$P(RI) = 0.7 \times 0.4$$

$$P(RI) = 0.28 = 28\%$$

直觉上也很好理解, 如果提高利率的概率是 40%, 而提高利率后, 70%可能性发生经济衰退, 则提高利率、经济衰退的联合概率为 $0.4 \times 0.7 = 0.28 = 28\%$

不要让复杂的概念模糊了此次结果的简单逻辑。如果利率上升的概率为 40%, 而上升以后将导致 70%的萧条, 则利率上升并导致萧条的联合概率为 $(0.4)(0.7) = 0.28$

计算当两个事件中至少一个事件会发生的时候的概率(Calculating the Probability That at least One of Two Events Will Occur)

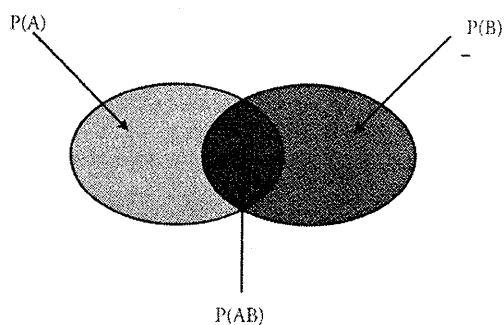
加法原理是决定两个事件中至少一个事件会发生的概率。举例来说, 两个事件 A, B, 加法原理可以决定 A, B 中至少一个发生的概率。如果两个事件不是互斥的, 简单的把 A, B 的无条件概率相加, 会造成重复计算的问题, 因此需要减去 A, B 同时发生的概率。公式表示:

$$P(A \text{ 或者 } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

对于互斥事件, $P(AB) = 0$, 因此 A、B 中至少一个发生的概率为每个事件的条件概率之和。 $P(A \text{ 或者 } B) = P(A) + P(B)$

图 1 用韦恩图的形式展示了加法原理, 并且强调了为什么要减去 A, B 同时发生的概率。注意, 如果两个事件是互斥的, $P(AB) = 0$, 至少一个事件发生的概率为 $P(A) + P(B)$ 。

图 1: 不互斥的事件韦恩图(Venn Diagram)



举例: 加法原理(Addition rule)

利用前面提到的利率上升与经济衰退的例子, 并且假设衰退的无条件概率 $P(R)$ 为 34%, 求: 利率上升与经济衰退至少发生一个的概率:

答案:

已知: $P(R) = 0.34$, $P(I) = 0.40$, and $P(RI) = 0.28$, 可以得到:

$$P(R \text{ or } I) = P(R) + P(I) - P(RI)$$

$$P(R \text{ or } I) = 0.34 + 0.40 - 0.28$$

$$P(R \text{ or } I) = 0.46$$

计算任意多个独立事件的联合概率(Calculating a Joint Probability of any Number of Independent Events)

在骰两个骰子的时候，得到两个 4 的联合概率是：

$$P(\text{第一次得到 4, 第二次又得到 4}) = P(\text{第一次得到 4}) \times P(\text{第二次得到 4}) = 1/6 \times 1/6 = 1/36 = 0.0278$$

投掷硬币的时候，得到两个正面的概率是：

$$P(\text{第一次得到正面, 第二次又得到正面}) = P(\text{第一次得到正面}) \times P(\text{第二次得到正面}) = 1/2 \times 1/2 = 1/4 = 0.25$$

因此，在处理独立事件的时候，如果两个事件同时发生(and)，就用乘法原理；如果两个事件至少一个发生(or)，就用加法原理。

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B)$$

注意，我们用到的乘法原理，不限于两个事件，也可以适用于多个事件。

举例：多于两个独立事件的联合概率

同时骰 3 个骰子，求都得到 4 的概率

答案：

$$P(3 \text{ 个骰子都是 4}) = 1/6 \times 1/6 \times 1/6 = 1/216 = 0.00463$$

同理，4 个硬币都是正面的概率

$$P(4 \text{ 个硬币都是正面}) = 1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/16 = 0.0625$$

举例：多于两个独立事件的联合概率

根据经验概率，道琼斯工业平均指数(DJIA)，在 2/3 的天数，收盘价比前一天收盘价要高。另外，假设，每天的股价变动是独立的。求：连续五天上涨的概率：

答案：

$$P(\text{道琼斯工业平均指数连续五天上涨}) = 2/3 \times 2/3 \times 2/3 \times 2/3 \times 2/3 = 32/243 = 0.132$$

同理，

$$P(\text{道琼斯工业平均指数连续五天下跌}) = 1/3 \times 1/3 \times 1/3 \times 1/3 \times 1/3 = 1/243 = 0.004$$

LOS 8.g: 区分关联(dependent)的和独立(independent)的事件

独立事件(independent events)，指一个事件的发生，不影响其他事件的发生。独立事件的定义，可以用条件概率来表示。事件 A, B 独立，如果：

$$P(A|B) = P(A), \text{ 或者, 等价的, } P(B|A) = P(B)$$

如果上面的条件不成立，就说两个事件是关联的(dependent events)，即一个事件的发生，会影

响其他事件的发生。

用上面的利率上升(称为事件 I)和经济衰退(称为事件 R)的例子, 事件 I, R 并不是独立的:I 的发生, 会影响 R 发生的概率。

$P(R)=0.34$, 但是 $P(R|I)=0.7$, 当利率上升(即 I 发生时), 发生经济衰退(R)的概率会增大
独立事件最好的例子是上面提到的投掷骰子。一个骰子没有记忆, 也就是说, 第二次得到 4, 与第一次得到 4 没有关系。

$P(\text{第二次得到 } 4 | \text{第一次得到 } 4) = P(\text{第二次得到 } 4) = 1/6=0.167$

同理, 事件独立也可以应用到硬币上。 $P(\text{第 1 个硬币是正面} | \text{第 2 个硬币是正面})=P(\text{第 1 个硬币是正面}) = 1/2 = 0.5$

LOS 8.h: 利用全概率定理(total probability rule)计算无条件概率

全概率定理突出了一系列互斥的、完备的事件组的无条件概率和条件概率之间的关系。该定理将一个事件的无条件概率, 用取决于其他事件的条件概率来表示。

一个事件 R 的无条件概率 $P(R) = P(R|S_1) \times P(S_1) + P(R|S_2) \times P(S_2) + \dots + P(R|S_N) \times P(S_N)$

事件集 $\{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ 是互斥的、完备的。

举例: 无条件概率在投资中应用(An investment application of unconditional probability)

仍然用之前的利率上升和经济衰退的例子, 我们可以假设经济衰退只可能在两种情况下发生:(1) 利率上升(事件 I), 或者(2)利率不上升(事件 I^c), 因为这两个事件是互斥的、完备的。 I^c 读作“ I 的补(Complement of I)”, 意思是“不是 I ”。因此, I^c 的概率是 $1 - P(I)$ 。逻辑上容易理解, 两个联合概率的和, 就是发生经济衰退的无条件概率。可以如下表示:

$$P(R) = P(R|I) + P(R|I^c)$$

利用乘法原理, 得到

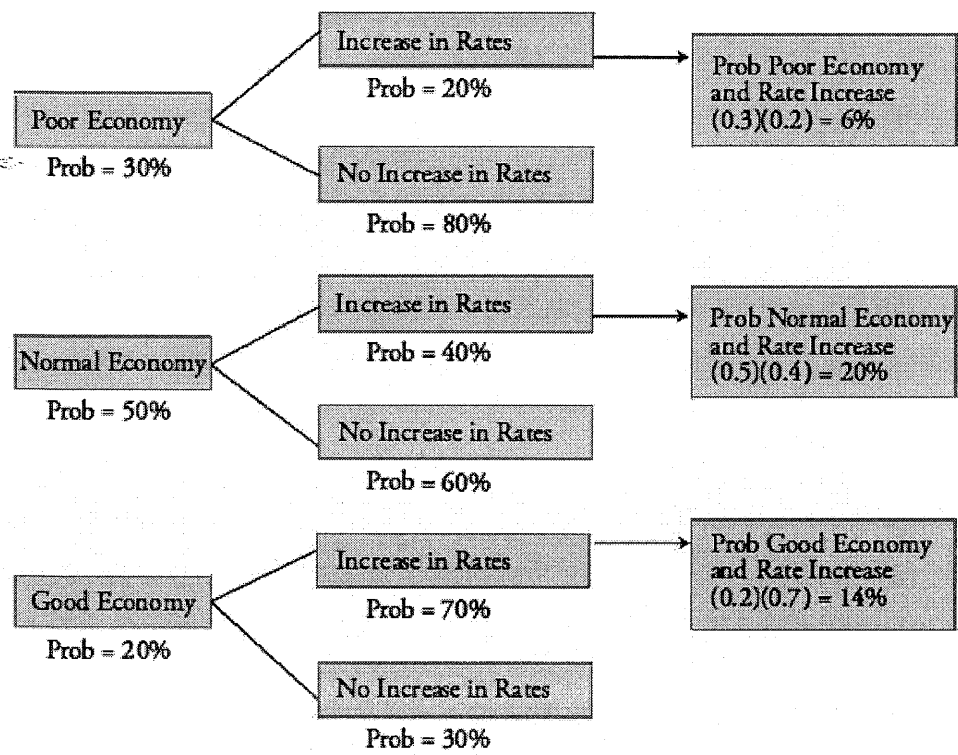
$$P(R) = P(R | I) \times P(I) + P(R | I^c) \times P(I^c)$$

假设 $P(R | I)=0.7$, 且不提高利率时候发生经济衰退的概率 $P(R | I^c)=10\%$, 并且假设 $P(I)=0.40$, 那么 $P(I^c)=0.60$, 发生经济衰退的无条件概率可以如下计算:

$$\begin{aligned} P(R) &= P(R | I) \times P(I) + P(R | I^c) \times P(I^c) \\ &= (0.7) \times (0.4) + (0.1) \times (0.6) = 0.28 + 0.06 = 0.34 \end{aligned}$$

图 2 显示了条件和非条件概率的关系。

Figure 2: Unconditional, Conditional, and Joint Probabilities



经济好，坏，正常的概率是非条件概率，收益率增加是条件概率，在坏的经济条件下收益率增加的概率是 20%。第三列是联合概率，坏的经济条件和收益率增加的概率是 6%，收益率增加的非条件概率是所有联合概率的和，即 $6\%+20\%+14\%=40\%$ [增长率]。

期望值(Expected Value)

既然我们已经研究了怎样用概率的概念和工具处理概率问题。我们可以用这个知识来决定多次试验的结果下，一个随机变量的平均值的问题。这个平均值被称为期望值，或者期望(expected value)。在任何实验下，随机变量的观测值，不一定等于期望值，而每次实验得到的值也一般不尽相同。实验结果在期望值附近分散的程度，是通过方差和标准差来衡量的。当观测一对随机变量的时候，协方差和相关系数被用于描述实验中两个变量的观测值之间的关系。

一个随机变量的期望，是所有可能结果(possible outcomes)的加权平均，权重就是每种结果出现的概率。随机变量 X_i 的期望值的数学表示如下：

$$E(X)=\sum P(x_i)x_i=P(x_1)x_1+P(x_2)x_2+\dots+P(x_n)x_n$$

这里，E 就是指求期望。 x_1 指随机变量 X 的第一个观测值， x_2 是第二个观测值，以此类推。期望这个概念，可以用先验概率和投掷硬币解释。投掷硬币时，如果得到正面，把 1 赋值给一个随机变量；如果得到反面，把 0 赋值给一个随机变量。统计上来说，可以这样写：

如果正面，那么 $X=1$

如果反面，那么 $X=0$

对于一个正常的硬币， $P(\text{得到正面})=P(X=1)=0.5$ ， $P(\text{得到反面})=P(X=0)=0.5$ 。期望可以如下计算：

$$E(X)=\sum P(x_i)x_i=P(X=0)(0)+P(X=1)(1)=0.5$$

对于单次投掷，显然 X 要么为 0，要么为 1，不可能为 0.5。但是长期来说，平均的结果的期望是 0.5。同样，如果投掷一个骰子

$$E(X)=\sum P(x_i)x_i=(1/6)(1)+(1/6)(2)+(1/6)(3)+(1/6)(4)+(1/6)(5)+(1/6)(6)=3.5$$

我们不可能骰出 3.5，但是长期来说，平均的结果是 3.5

因此，统计上来说，期望是对结果的“最佳猜测”。尽管不可能骰出 3.5，但是如果我们猜 3.5，那么平均来说，离真实的值的偏差是最小的。

注意:在之前的复习中，我们有历史数据，我们计算了平均值或者简单几何平均数，而且用相对于均值的偏差来计算方差和标准偏差。这里给出期望值的计算是基于概率模型，而我们之前的计算是基于样本或者总体的结果。注意当各结果概率一样的时候，期望就是算术平均值。对于骰子，

6 个结果出现概率相同，平均值为 $\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=3.5$ ，与期望公式给出的答案一样。然而，对于概率模型，可能的结果的概率并不需要相同，正如前例中所证明的那样，简单均值并不是期望的结果。

例子: 股票回报的期望(Expected value for stock returns)

期望计算的过程如下面的图 2 所示。期望是最后一栏的 $P(x_i)x_i$ 的总和(0.0125)。

Ron's Stores 的 EPS 概率分布具体如下表所示，计算每股的期望收益。

EPS 概率分布

<i>Probability</i>	<i>Earnings Per Share</i>
10%	£1.80
20%	£1.60
40%	£1.20
30%	£1.00
100%	

解答:

期望 EPS 仅仅是每种可能的 EPS 的加权平均值，而权重是每种可能的结果的概率。

$$E[EPS]=0.10(1.80)+0.20(1.60)+0.40(1.20)+0.30(1.00)=1.28$$

一旦我们得到了期望 EPS，我们可以按照前例中的概率模型用它来计算 EPS 的方差，方差是每种可能结果同期望 EPS 之间偏差的平方的概率加权。

例子:由概率模型计算方差

用前例中 EPS 概率分布的数来计算 Ron'sStore 公司的 EPS 的方差和标准差

Ron's Store 公司的 EPS 方差为

$$\sigma_{EPS}^2 = 0.10(1.80 - 1.28)^2 + 0.20(1.60 - 1.28)^2 + 0.40(1.20 - 1.28)^2 + 0.30(1.00 - 1.28)^2 = 0.0736$$

$$\text{Ron's Store 公司的 EPS 标准差为 } \sigma_{EPS} = (0.076)^{1/2} = 0.27$$

注意标准差的单位同 EPS 的单位相同，所以我们可以说 Ron's Store 公司的 EPS 标准差为 0.27

LOS 8.i: 解释投资应用中，条件期望的使用(Explain the use of conditional expectation in investment applications)

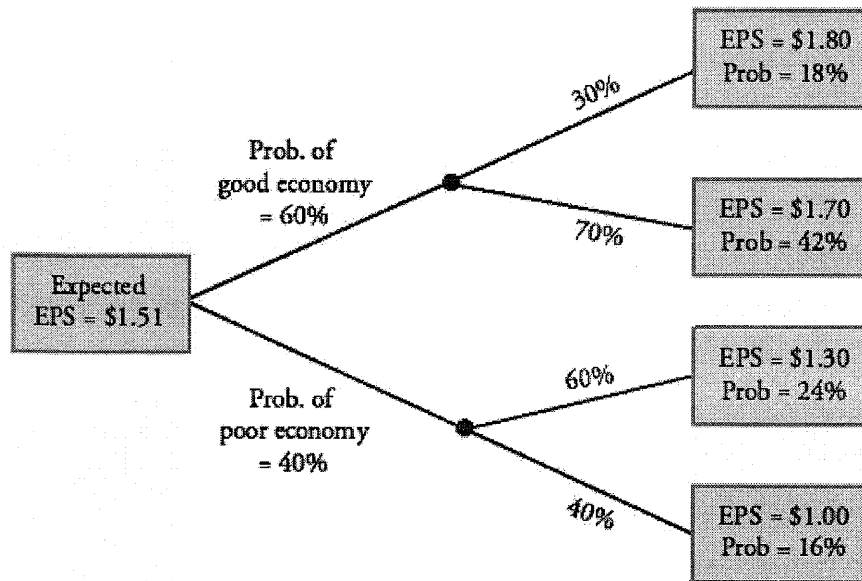
条件期望(conditional expected values)是通过条件概率计算的。在投资中，经常用股票回报、盈利、以及股利的期望来做预测。在最初的预测之后，新的、影响预测值的相关信息可能会出现。在这种情况下，原来的预测需要进行修正，修正过程就用到了条件期望。条件期望就像它的名字一样，指取决于其他事件发生与否的期望。

LOS 8.j: 说明用树形图表示投资问题)

你也许可能想要知道，在计算期望价值时所使用的收益和概率是从哪里得来的。树形图常被用来展示不同结果的概率。在图 3，我们展示了每股盈利(EPS)估计的四种可能:经济好，公司经营也好；经济好，公司经营不好；经济不好，公司经营好；经济不好，公司经营也不好。利用概率的

定理，可以计算出图 3 最右边一列中四个结果分别对应的概率以及对应的每股收益。

图 3:树形图(A Tree Diagram)



每股盈利计算如下:

$$0.18 \times 1.80 + 0.42 \times 1.70 + 0.24 \times 1.30 + 0.16 \times 1.00 = \$1.51$$

注意:四个可能结果的概率之和为 1

LOS 8.k: 定义，计算，解释协方差(Covariance)和相关系数(correlation)

协方差和相关系数(Covariance and correlation)

方差和标准差衡量一个变量的分散度、或者波动性。在很多时候，我们对两个随机变量之间的变化关系感兴趣。在投资中，最常进行分析的一对随机变量是两个资产的回报。投资者经常问：“股票 A 和股票 B 回报之间的关系是什么？”或者“S&P500 与汽车行业的回报率关系是什么？”后面可以看到，协方差和相关系数就是描述两个随机变量的变化关系的。

协方差可以用来衡量两个资产回报率关系。协方差是两个随机变量与各自的均值的差的乘积的期望。随机变量 X, Y 的协方差表示为 $Cov(X,Y)$ ，由于我们通常对于资产回报的协方差非常关注，下面公式给出了资产 i 的收益 R_i 和资产 j 的收益 R_j 之间的协方差。

$$Cov(R_i, R_j) = E\{[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]\} = E(R_i R_j) - E(R_i)E(R_j)$$

协方差有如下性质:

- 协方差与方差是基于相似的概念的。方差衡量一个随机变量自身的变动情况，而协方差衡量一个随机变量随另一个随机变量变动而变动的情况。
- 一个变量 R_A 的协方差，就等于其方差，即 $Cov(R_A, R_A) = Var(R_A)$
- 协方差可以从负无穷到正无穷

为了帮助我们理解协方差，考虑一支股票的收益和股票市场上的卖出选择。这两项收益的相关性

是负的，因为它们反方向变化的。两个自动推进型的股票的收益可能是正相关的，而一支股票的收益同一项无风险资产的收益之间可能相关性为 0。因为无风险资产的收益不变，不随着股票市场的收益的变动而变动。而虽然上面给出的相关性是正确的，联合资产概率模型中，采用每种可能的结果同其均值之间偏差的加权平均值来计算相关收益。下面的例子恰恰是采用了这样的计算方法。

举例：协方差(Covariance)

假设宏观经济有三种可能状态:繁荣、正常和萧条。一个专家估计，这三种状况的概率分别是 $P(\text{繁荣})=0.30, P(\text{正常})=0.50, P(\text{萧条})=0.20$ 。股票 A 的回报 R_A ，股票 B 的回报 R_B 在各个经济状态的数据在下图中显示。股票 A，股票 B 回报的协方差是多少？

收益的概率分布

<i>Event</i>	<i>P(S)</i>	R_A	R_B
Boom	0.3	0.20	0.30
Normal	0.5	0.12	0.10
Slow	0.2	0.05	0.00

答案:

首先，每个股票的期望回报可以如下计算:

$$E(R_A) = (0.3)(0.20) + (0.5)(0.12) + (0.2)(0.05) = 0.13$$

$$E(R_B) = (0.3)(0.30) + (0.5)(0.10) + (0.2)(0.00) = 0.14$$

协方差可以用下图中的步骤计算出来，最后结果是 0.00580

<i>Event</i>	<i>P(S)</i>	R_A	R_B	$P(S) \times [R_A - E(R_A)] \times [R_B - E(R_B)]$
Boom	0.3	0.20	0.30	$(0.3)(0.2 - 0.13)(0.3 - 0.14) = 0.00336$
Normal	0.5	0.12	0.10	$(0.5)(0.12 - 0.13)(0.1 - 0.14) = 0.00020$
Slow	0.2	0.05	0.00	$(0.2)(0.05 - 0.13)(0 - 0.14) = 0.00224$
$Cov(R_A, R_B) = \sum P(S) \times [R_A - E(R_A)] \times [R_B - E(R_B)] = 0.00580$				

上一个例子展示了联合概率函数(joint probability function)的应用。两个随机变量的联合概率函数，给出了特定结果联合发生的概率。在这个例子里面，我们只需要三个联合概率

$$P(R_A=0.2 \text{ and } R_B=0.3) = 0.30$$

$$P(R_A=0.12 \text{ and } R_B=0.1) = 0.50$$

$$P(R_A=0.05 \text{ and } R_B=0.0) = 0.20$$

联合概率通常都是像下图那样展示在 1 个表格中的。 $P(R_A=0.12 \text{ and } R_B=0.1) = 0.50$ ，这在图中是以 $R_A=0.12$ 这一行与 $R_B=0.10$ 这一列相交的那个格子表示的。类似的， $P(R_A=0.20 \text{ and } R_B=0.10) = 0$

联合概率表

Joint Probabilities	$R_B = 0.30$	$R_B = 0.10$	$R_B = 0.00$
$R_A = 0.20$	0.30	0	0
$R_A = 0.12$	0	0.50	0
$R_A = 0.05$	0	0	0.20

在更为复杂的问题中，上图中 0 的值可能被非 0 的值取代，无论如何，方框中概率之和应该为 1。

实际中，协方差是比较难以解释的，原因是它的范围可以从负无穷到正无穷，而且和方差一样，单位也是平方。

为了使两个随机变量的协方差容易解释，可以把协方差除以两个变量标准差的乘积。得到的结果称为相关系数 (correlation coefficient)，或者简称相关度 (correlation)。数学关系如下：

$$\text{Corr}(R_i, R_j) = \frac{\text{Cov}(R_i, R_j)}{\sigma(R_i)\sigma(R_j)}, \quad \text{即 } \text{Cov}(R_i, R_j) = \text{Corr}(R_i, R_j) \times \sigma(R_i)\sigma(R_j)$$

两个随机变量之间的相关系数可以表示成 $\rho(R_i, R_j)$ ，或者 $\rho_{i,j}$

两个随机变量 R_i 和 R_j 的相关系数有如下性质：

- 相关系数衡量两个随机变量的线性关系 (linear relationship)
- 相关系数没有单位
- 相关系数范围从 -1 到 +1，即 $-1 \leq \text{Corr}(R_i, R_j) \leq 1$
- 如果 $\text{Corr}(R_i, R_j) = +1.0$ ，那么两个变量有着完全的正相关。这说明一个变量变动，另一个变量将相对于其均值做同方向的按比例变动
- 如果 $\text{Corr}(R_i, R_j) = -1.0$ ，那么两个变量有着完全的负相关。这说明一个变量变动，另一个变量将相对于其均值做反方向的按比例变动
- 如果 $\text{Corr}(R_i, R_j) = 0$ ，那么两个变量之间没有线性关系。这说明不能利用线性方法，根据 R_j 来预测 R_i

举例：相关系数 (correlation)

沿用刚才的例子，计算、解释 A、B 两种股票的相关系数。假定 $\sigma^2(R_A) = 0.0028$ ， $\sigma^2(R_B) = 0.0124$ ，并且刚才我们已经得到 $\text{Cov}(R_A, R_B) = 0.0058$

答案：

$$\sigma(R_A) = (0.0028)^{1/2} = 0.0529$$

$$\sigma(R_B) = (0.0124)^{1/2} = 0.1114$$

股票 A 和股票 B 的收益之间的相关系数可以作如下解释:

$$\text{Corr}(R_A, R_B) = \frac{\text{Cov}(R_A, R_B)}{\sigma(R_A)\sigma(R_B)} = \frac{0.0058}{0.0529 \times 0.1114} = 0.9842$$

相关系数与 1 很接近, 暗示有很强的线性关系

LOS 8.1: 计算, 解释一个投资组合的回报的期望、方差和标准差(Calculate and interpret the expected value, variance, and standard deviation particularly for return on a portfolio)

投资组合的期望和方差, 可以通过该组合中每个资产的特性求得。首先, 需要建立每一项资产的权重。第 i 个资产的权重, 可以通过如下公式计算:

$$w_i = \frac{\text{投资组合中资产 } i \text{ 的市场价值}}{\text{投资组合总的市场价值}}$$

投资组合的期望价值: 假设投资组合中有 n 个资产, 每个资产期望价值为 R_i , 每个资产在组合中的权重是 w_i , 则投资组合的期望价值 R_p 满足

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(R_i) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2) + \dots + w_n E(R_n)$$

更多的时候, 我们使用期望的回报率, 而不是用期望的价值。当 R_i 代表回报率的时候, 投资组合的期望收益率 $E(R_p)$ 是通过资产加权公式计算的, 公式和上面相同。

投资组合的方差: 投资组合的方差也用到了各资产的权重, 计算稍微复杂一些:

$$\text{Var}(R_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \text{Cov}(R_i, R_j)$$

上述公式的形式, 尤其是它使用了双求和号, 在资产组合 2 和资产组合 3 的例子中都被应用到了。

举例: 计算两资产投资组合的方差(Variance of a two-asset portfolio)

利用数学表达式, 求出含有风险资产 A 与风险资产 B 的投资组合的方差:

答案:

应用方差公式,

$$\text{Var}(R_p) = w_A w_A \text{Cov}(R_A, R_A) + w_A w_B \text{Cov}(R_A, R_B) + w_B w_A \text{Cov}(R_B, R_A) + w_B w_B \text{Cov}(R_B, R_B)$$

因为 $\text{Cov}(R_A, R_B) = \text{Cov}(R_B, R_A)$, $\text{Cov}(R_A, R_A) = \sigma^2(R_A)$ 表达式为

$$\text{Var}(R_p) = w_A^2 \sigma^2(R_A) + w_B^2 \sigma^2(R_B) + 2w_A w_B \text{Cov}(R_A, R_B)$$

因为 $Cov(R_A, R_B) = \sigma(R_A)\sigma(R_B)\rho(R_A, R_B)$ ，另一种表示方法:

$$\text{Var}(R_p) = w_A^2\sigma^2(R_A) + w_B^2\sigma^2(R_B) + 2w_Aw_B\sigma(R_A)\sigma(R_B)\rho(R_A, R_B)$$

举例: 三资产投资组合的方差(Variance of a three-asset portfolio)

一个包含三个风险资产 A, B, C 的投资组合的回报率方差, 可如下计算:

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_p) = & w_Aw_A\text{Cov}(R_A, R_A) + w_Aw_B\text{Cov}(R_A, R_B) + w_Aw_C\text{Cov}(R_A, R_C) \\ & + w_Bw_A\text{Cov}(R_B, R_A) + w_Bw_B\text{Cov}(R_B, R_B) + w_Bw_C\text{Cov}(R_B, R_C) \\ & + w_Cw_A\text{Cov}(R_C, R_A) + w_Cw_B\text{Cov}(R_C, R_B) + w_Cw_C\text{Cov}(R_C, R_C) \end{aligned}$$

整理, 可以得到

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_p) = & w_A^2\sigma^2(R_A) + w_B^2\sigma^2(R_B) + w_C^2\sigma^2(R_C) \\ & + 2w_Aw_B\text{Cov}(R_A, R_B) + 2w_Aw_C\text{Cov}(R_A, R_C) + 2w_Bw_C\text{Cov}(R_B, R_C) \end{aligned}$$

一个有着 4 个风险资产的投资组合, 将包含 4 个 $w_i^2\sigma^2(R_i)$ 项, 和 6 个 $2w_iw_j\text{Cov}(R_i, R_j)$ 项。

五资产的投资组合, 将包含 5 个 $w_i^2\sigma^2(R_i)$ 项, 和 10 个 $2w_iw_j\text{Cov}(R_i, R_j)$ 项。事实上, n 资产

的投资组合, 将包括 $n(n-1)/2$ 个不同的 $2w_iw_j\text{Cov}(R_i, R_j)$ 项, 因为 $Cov(R_A, R_B) = Cov(R_B, R_A)$

注意: 如果考试中出现了计算风险投资组合的方差(标准差)的题目, 那么也只会包含两项风险资产。

当已知相关系数和各自的方差的时候, 下面的公式能够得到协方差:

$$Cov(R_A, R_B) = \sigma(R_A)\sigma(R_B)\rho(R_A, R_B)$$

LOS 8.m: 已知联合概率函数(joint probability function), 求协方差

举例: 期望值, 方差, 协方差(Expected Value, Variance, Covariance)

一个投资组合, \$400 投入在资产 A, \$600 投入在资产 B, 两个资产的回报率的联合概率如下面的图所示, 求投资组合的期望值, 方差, 协方差。

联合概率表

Joint Probabilities	$R_B = 0.40$	$R_B = 0.20$	$R_B = 0.00$
$R_A = 0.20$	0.15	0	0
$R_A = 0.15$	0	0.60	0
$R_A = 0.04$	0	0	0.25

答案:

两个资产的权重分别是:

$$w_A = \$400 / (\$400 + \$600) = 0.40$$

$$w_B = \$600 / (\$400 + \$600) = 0.60$$

单个资产的预期回报可以通过下面的式子计算:

$$\begin{aligned} E(R_A) &= P(R_{A1}, R_{B1})R_{A1} + P(R_{A2}, R_{B2})R_{A2} + P(R_{A3}, R_{B3})R_{A3} \\ E(R_A) &= (0.15)(0.20) + (0.60)(0.15) + (0.25)(0.04) = 0.13 \\ E(R_B) &= P(R_{B1}, R_{A1})R_{B1} + P(R_{B2}, R_{A2})R_{B2} + P(R_{B3}, R_{A3})R_{B3} \\ E(R_B) &= (0.15)(0.40) + (0.60)(0.20) + (0.25)(0.00) = 0.18 \end{aligned}$$

单个方差可以通过如下式子计算:

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_A) &= P(R_{A1}, R_{B1})[(R_{A1} - E(R_A))]^2 + P(R_{A2}, R_{B2})[(R_{A2} - E(R_A))]^2 + P(R_{A3}, R_{B3})[(R_{A3} - E(R_A))]^2 \\ \text{Var}(R_A) &= (0.15)(0.20 - 0.13)^2 + (0.60)(0.15 - 0.13)^2 + (0.25)(0.04 - 0.13)^2 = 0.0030 \\ \text{Var}(R_B) &= P(R_{B1}, R_{A1})[(R_{B1} - E(R_B))]^2 + P(R_{B2}, R_{A2})[(R_{B2} - E(R_B))]^2 + P(R_{B3}, R_{A3})[(R_{B3} - E(R_B))]^2 \\ \text{Var}(R_B) &= (0.15)(0.40 - 0.18)^2 + (0.60)(0.20 - 0.18)^2 + (0.25)(0.00 - 0.18)^2 = 0.0156 \end{aligned}$$

两个资产协方差的计算:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(R_A, R_B) &= P(R_{A1}, R_{B1})[R_{A1} - E(R_A)][R_{B1} - E(R_B)] \\ &\quad + P(R_{A2}, R_{B2})[R_{A2} - E(R_A)][R_{B2} - E(R_B)] \\ &\quad + P(R_{A3}, R_{B3})[R_{A3} - E(R_A)][R_{B3} - E(R_B)] \\ \text{Cov}(R_A, R_B) &= 0.15(0.20 - 0.13)(0.40 - 0.18) \\ &\quad + 0.60(0.15 - 0.13)(0.20 - 0.18) \\ &\quad + 0.25(0.04 - 0.13)(0.00 - 0.18) \\ &= 0.0066 \end{aligned}$$

利用权重 $w_A = 0.40$ 以及 $w_B = 0.60$, 可以得到投资组合的期望回报与方差:

$$\begin{aligned} E(R_p) &= w_A E(R_A) + w_B E(R_B) = (0.4)(0.13) + (0.6)(0.18) = 0.16 \\ \text{Var}(R_p) &= (0.40)^2(0.003) + (0.60)^2(0.0156) + 2(0.4)(0.60)(0.0066) \\ &= 0.009264 \end{aligned}$$

注意虽然这个例子已经很复杂了, 但是这个例子中, 联合概率表中, 有 6 个概率为 0, 如果这些概率不为 0, 计算将更复杂。

举例: 相关系数与协方差(Correlation and covariance)

考虑一个投资组合有三项资产 X, Y 和 Z, 三项资产的市场价值分别为 \$600, \$900, \$1500。各资产的市场权重, 预期回报, 以及单项资产的方差在下面给出。图 7 中给出了三个资产的相关系数矩阵。用这些信息, 求投资组合的方差。

$$\begin{array}{lll} E(R_X) = 0.10 & \text{Var}(R_X) = 0.0016 & w_X = 0.2 \\ E(R_Y) = 0.12 & \text{Var}(R_Y) = 0.0036 & w_Y = 0.3 \\ E(R_Z) = 0.16 & \text{Var}(R_Z) = 0.0100 & w_Z = 0.5 \end{array}$$

X, Y, Z 的回报相关系数

Correlation Matrix			
Returns	R_X	R_Y	R_Z
R_X	1.00	0.46	0.22
R_Y	0.46	1.00	0.64
R_Z	0.22	0.64	1.00

答案:

投资组合的预期回报计算如下:

$$\begin{aligned} E(R_p) &= \sum w_i E(R_i) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2) + w_3 E(R_3) \\ E(R_p) &= (0.20)(0.10) + (0.30)(0.12) + (0.50)(0.16) \\ E(R_p) &= 0.136 \end{aligned}$$

投资组合的方差计算公式如下:

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_p) &= w_X^2 \sigma^2(R_X) + w_Y^2 \sigma^2(R_Y) + w_Z^2 \sigma^2(R_Z) + 2w_X w_Y \text{Cov}(R_X, R_Y) + 2w_X w_Z \text{Cov}(R_X, R_Z) \\ &\quad + 2w_Y w_Z \text{Cov}(R_Y, R_Z) \end{aligned}$$

这里, 因为协方差没有直接给出, 我们需要用到 $\text{Cov}(R_i, R_j) = \sigma(R_i)\sigma(R_j)\rho(R_i, R_j)$

让我们首先来求协方差:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(R_X, R_Y) &= (0.0016)^{1/2}(0.0036)^{1/2}(0.46) = 0.001104 \\ \text{Cov}(R_X, R_Z) &= (0.0016)^{1/2}(0.0100)^{1/2}(0.22) = 0.000880 \\ \text{Cov}(R_Y, R_Z) &= (0.0036)^{1/2}(0.0100)^{1/2}(0.64) = 0.003840 \end{aligned}$$

投资组合回报的方差, 可以如下计算:

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_p) &= (0.20)^2(0.0016) + (0.30)^2(0.0036) + (0.50)^2(0.01) + 2(0.2)(0.3)(0.001104) \\ &\quad + 2(0.2)(0.5)(0.00088) + 2(0.3)(0.5)(0.00384) \\ \text{Var}(R_p) &= 0.004348 \end{aligned}$$

资产组合收益的标准差 $= (0.004348)^{1/2} = 0.0659 = 6.59\%$

举例: 协方差矩阵(Covariance matrix)

假设你有一个投资组合, 包含股票 S 和看跌期权(Put option)O, 对应的权重分别是 $w_S = 0.90$ 以及 $w_O = 0.10$, 利用下图中给出的协方差矩阵, 计算投资组合的回报方差。

股票 S 和看跌期权 O 的回报协方差

Covariance Matrix		
Returns	R_S	R_O
R_S	0.0011	-0.0036
R_O	-0.0036	0.016

答案:

这是最简单的例子, 因为更复杂的计算已经在之前碰到过了。从协方差矩阵中提取相关信息, 代入方差公式即可。注意一个资产自身的协方差就是方差, 因此, 协方差矩阵对角线上的数字, 实际上就是方差。

资产组合的方差可以被计算如下:

$$\text{Var}(R_p) = (0.90)^2(0.0011) + (0.10)^2(0.016) + 2(0.90)(0.10)(-0.0036) = 0.000403$$

LOS 8.n: 利用贝叶斯公式(Bayes' formula)计算、解释后验概率(Updated probability)

贝叶斯公式的作用是在一个给定事件的新信息下，更新先验概率。规则如下：

$$\text{后验概率} = \frac{\text{一个给定事件的新信息的概率}}{\text{该信息的无条件概率}} \times \text{一个事件的先验概率}$$

因此，如果给定了 $P(B)$, $P(A|B)$ 以及 $P(A|B^c)$ ，我们可以用贝叶斯公式计算 $P(B|A)$

举例：贝叶斯公式(Bayes' formula)

Electcomp 公司为计算机制造电子元件。有猜测说，该公司准备宣布一个向海外市场扩张的计划。只有当公司的管理层估计海外市场的需求能够支撑足够的销售额的时候，才会宣布进行扩张。另外，如果需求能够支撑足够的销售额，并且海外扩张发生，那么 Electcomp 可能会提高售价。利用 O 来表示海外扩张的事件，利用 I 来表示提高价格的事件，利用 I^c 表示不提高价格。一个行业分析是估计了如下的条件概率和无条件概率。

$$P(I) = 0.3$$

$$P(I^c) = 0.7$$

$$P(O|I) = 0.6$$

$$P(O|I^c) = 0.4$$

分析员对 $P(I)$ 和 $P(I^c)$ 的估计称为先验概率(priors)，因为这些概率反映的是之前已知的信息，而并没有包括进可能海外扩张这个信息。

贝叶斯公式让我们能够计算 $P(I|O)$ ，即 Electcomp 公司宣布将进行海外扩张(这是一个新信息)时价格上升的概率。利用乘法原理：

$$P(O|I) = P(I|O) / P(I), \text{ 以及 } P(I|O) = P(O|I) \times P(I)$$

$$\text{根据这些关系, Bayes 公式可以如下表示: } P(I|O) = \frac{P(O|I) \times P(I)}{P(O)}$$

为了求解，必须先知道 $P(O)$ ，这可以用全概率公式得到

$$P(O) = P(O|I) \times P(I) + P(O|I^c) \times P(I^c)$$

$$P(O) = (0.6 \times 0.3) + (0.4 \times 0.7)$$

$$P(O) = 0.46$$

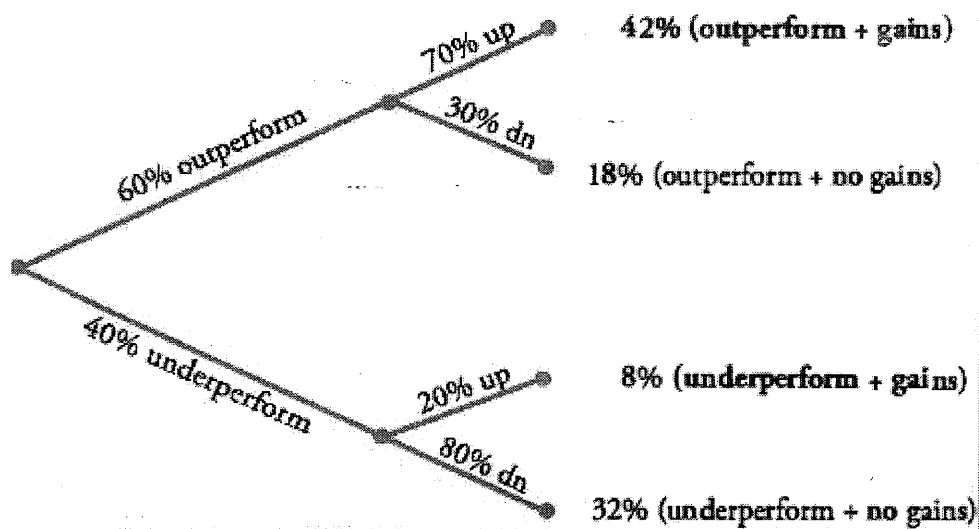
$$\text{于是, } P(I|O) = \frac{P(O|I) \times P(I)}{P(O)} = \frac{0.6 \times 0.3}{0.46} = 0.3913$$

这表明，如果海外扩张这个新的信息被宣布，那么先验概率 0.3 将被提高到后验概率 0.3913

下面的一个关于贝叶斯公式的例子可能更加容易记住与应用。考虑下面的情形:假设 60%的概率经济将繁荣(outperform)，而且如果经济繁荣(outperform)，70%的概率股市将上涨(appreciate)，30%的概率股市将下跌(no gains)；对应的，有 40%的概率经济将萧条(underperform)，而且如果经济萧条(underperform)，20%的概率股市将上涨(appreciate)，80%的概率股市将下跌(no

gains)。用图形表示如下:

概率模型(A probability model)



在图中,我们将概率相乘,得到四个结果发生的概率,加起来是1。那么,给定股市上涨(appreciate),那么经济繁荣(outperform)的后验概率是多少?

首先,求出在两种经济状态下,股市上涨的概率之和: $42\% + 8\% = 50\%$ 。回想到股票上涨且经济繁荣的概率是42%,所以已知股票上涨,经济繁荣的后验概率是: $42\% / 50\% = 84\%$

根据之前给定的先验概率:

经济繁荣的概率 = $P(O) = 60\%$

经济繁荣下,股市上涨的概率 = $P(G|O) = 70\%$

股市上涨的无条件概率 = $P(G) = 50\%$ (刚才已经计算得到)

因此, $P(O|G) = \frac{P(G|O) \times P(O)}{P(G)} = \frac{70\% \times 60\%}{50\%} = 84\%$, 与刚才的结果一致

LOS 8.o: 利用阶乘(Factorial), 组合(Combination), 排列(permutation), 解决计数问题(counting problems), 并且对于某一个特定的计数问题, 弄清楚应该用何种计数方法

贴标签(Labeling)指这样的情形:有 n 个物品(items), 每个物品可以得到 k 个不同标签中的一个。假设的总共有 n_1 个物品得到标签 1, 有 n_2 个物品得到标签 2, 以此类推, 有 n_k 个物品得到标签 k , 则 $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ 。贴标签的方法的总数为:

$$\frac{n!}{(n_1!) \times (n_2!) \times \dots \times (n_k!)}$$

这里, “!”是阶乘的意思, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$, and $2! = 2 \times 1 = 2$ 。

阶乘的一般表示是: $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 1$, 而根据定义, $0! = 1$

在计算器上, TI 计算器, 阶乘计算是 $[2^{nd}][x!]$ (在乘号键上面), HP 计算器上面, 阶乘计算是 $[g][n!]$ 。

为了在 TI 计算器计算 $4!$, 输入 $[4][2^{nd}][x!]=24$. HP 计算器上面, $[4][ENTER][g][n!]$ 。

举例: 贴标签(Labeling)

一个投资组合有 8 支股票, 你的目标是, 将其中的四种归为“长期持有”, 把另外三种归为“短期持有”, 最后一个归为“卖出”。那么, 有多少种给 8 支股票贴标签的方法?

答案:

将三个标签贴到 8 支股票上总共有 $8! = 40320$ 种可能的结果。然而, 每支股票被贴标签的顺序并不重要。例如, 头三支被标为长期的股票中, 到底哪支被最先标注并不重要。因此有 $4!$ 种分配长期标签的方法。沿着这个理由继续到其它种类, 有 $4! * 3! * 1!$ 种分配标签的等价结果。为了计算这些随机结果, 总的可能的结果($8!$)必须除以总的随机结果的数量($4! * 3! * 1!$)。

因此, 给 8 支股票分类, 总共有
$$\frac{8!}{(4!) \times (3!) \times \dots \times (1!)} = \frac{40,320}{24 \times 6 \times 1} = 280$$
 种方法

如果有 n 个标签($k=n$), 我们有 $n!/1=n!$ 。把 n 个不同的标签贴到 n 个不同的样本上的方法可以简单表示为 $n!$

当只有两种标签($k=2$)的特殊情况时, n 个物品只能被分成两类, $n_1+n_2 = n$ 。在这种情况下, 让 $r=n_1$, $n_2=n-r$ 。因为只有两类, 通常我们只是说选择 r 个物品, 那么剩下的 $n-r$ 个物品就自然选出来了。在 $n=2$ 时候, 贴标签问题的公式, 我们称作组合公式(combination formula), 或者二项式公式

(binomial formula). ${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$; ${}_n C_r$ 是, 从 n 个物品中, 挑选出 r 件, 总共的挑

选方法的数目(当挑选次序不重要的时候)。这也可以写成 $\binom{n}{r}$, 读作“ n 选择 r ”

另一个重要的公式是:排列公式(permutation formula)。一个排列, 指一组对象的一个特定的次

序。从 n 个对象中, 按照特定顺序选出 r 个, 所有的排列方法可以通过公式计算: $\frac{n!}{(n-r)!}$ 。我

们稍后会给一个用这个公式的例子。

注意:TI 计算器上面, 组合函数 ${}_n C_r$ 与排列函数 ${}_n P_r$ 都是现成的。为了计算从 8 支股票中选出 3 支的选择方法的种数(即求 ${}_8 C_3$), 可以如下计算: $8[2^{nd}][{}_n C_r]3[=]$, 结果是 56。如果需要知道不同的

排列方法(次序重要), 可以如下算: $8[2^{nd}][{}_n P_r]3[=]$, 结果是 336, 即 $\frac{8!}{(8-3)!} = 336$

HP 计算器上面, 没有这样的函数。好在, 现在的政策是允许把两种计算器都带进考场。

举例: 任何次序下选择的数目(Number of choices in any order)

从一个 8 支股票的投资组合中，卖掉 3 种股票，总共有多少种卖的方法？

答案:

这和之前的贴标签的例子类似。因为次序是无所谓的，用 8 种股票中挑出 3 种的所有可能，除以一种实质形式不同变体的数目，就是答案:

$$\frac{8!}{(5!) \times (3!)} = 56, \text{ 或者 } {}_8C_3 = 56$$

在刚才两个例子中，次序是无所谓(不重要)的。但是，有时候次序可能是重要的，即有所谓的。比如说，我们计划在接下来的 3 个星期里面，每个星期卖掉 1 支股票，那么这个时候次序就是很重要的，这时，排列的概念产生的公式为:

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

${}_n P_r$ 指，从 n 个物品中，选择 r 个，当次序是重要的时候，所有可能的选择方法数目。将这个公式与 ${}_n C_r$ 的公式比较，发现次序重要的时候，会多出 $r!$ 中选择方法。

举例: 排列(Permutation)

从一个 8 支股票的投资组合中，卖掉 3 种股票，假设次序是重要的，总共有多少种卖的方法？

答案:

$${}_n P_r = {}_8 P_3 = \frac{8!}{(8-3)!} = 336$$

本例是上面一个选股次序不重要的情况 56 种可能性的 $3!(=6)$ 倍

这一章涉及了很多公式，容易混淆，下面的规则，帮助我们确定对待不同的计数问题，如何使用不同的计数方法。

- 计数的乘法原理(multiplication rule)适用于涉及两个或多个组的时候，但是，从每一组只能选择一个元素。如果需要 k 步来完成一个任务，而每一步可能有 n 种方法，则完成任务的不同的方法的数目为 $n_1! \times n_2! \times n_3! \wedge n_k!$
- 阶乘(factorial)适用于没有分组的时候 - 我们仅仅是排列一个 n 件物品的集合。给定 n 件物品，有 $n!$ 种排列方法。
- 标签公式(labeling formulae)适用于要把大组归类成三个或者三个以上的小组(subgroups)，这些组的元素数量应该是预先给定的。整个组中的元素，都必须被分配在刚才提到的三个或者三个以上的小组中的一个。
- 组合公式(combination formulae)适用于两个组，各组的元素数量应该是预先给定的，次序不重要。寻找这些关键字:选择(Choose)，组合(Combination)
- 排列公式(permutation formulae)适用于两个组，各组的元素数量应该是预先给定的，次序重要。寻找证明次序重要的相关信息。

关键概念

Los 8.a

一个随机变量(Random variable)是一个由概率决定的不确定的结果(uncertain outcome determined by chance)

结果是随机变量的实现。

事件是一个或者多个结果的集合。两个事件不能同时发生，称为互斥事件。一个包含了所有可能的事件结果的集合称为全集。

Los 8.b

概率有两个性质是：

- 任何一个事件，发生的概率都介于 0, 1 之间($0 \leq P(E_i) \leq 1$)
- 如果一系列的事件 E_1, E_2, \dots, E_n ，是互斥、完备的，则这些事件发生概率之和为 1

一个先验概率(priori probability)，是通过现有的信息(well-defined input)得到的概率；一个经验概率(empirical probability)是通过观测、实验得到概率。一个主观概率(subjective probability)，是一个有根据的猜测(informed guess)。

Los 8.c

如果事件的概率是 B 中 A 的概率(A/B)，则 A 相对于(B-A)的概率，是(B-A)相对于 A 的概率的倒数。

Los 8.d

无条件概率(unconditional probability 又称为边际概率，marginal probability)指一个事件单独发生的概率；条件概率(conditional probability) $P(A|B)$ ，指当另一个事件 B 发生的时候，事件 A 发生的概率。

Los 8.e

概率的乘法原理(multiplication rule of probability)用来计算两个事件的量和概率。用公式表示

$$P(AB) = P(A|B) \times P(B)$$

概率的加法原则(addition rule of probability)用来计算至少一个事件发生的概率：

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

全概率法则用来计算一个给定条件概率下一个时间的非条件概率。

$$P(A) = P(A|B_1) \times P(B_1) + P(A|B_2) \times P(B_2) + \dots + P(A|B_n) \times P(B_n)$$

Los 8.f

两个事件的联合概率是指两个事件同时发生的概率： $P(A \text{ and } B) = P(A|B) \times P(B)$ 。如果这两个事件是独立的， $P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B)$

加法原理(Addition rule)是指两个事件中至少有一个发生的概率 $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

对于互斥事件，由于 $P(AB)=0$ ，则 $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

任意数目的独立事件的联合概率为单个概率之积。

Los 8.g

一个独立事件(independent events)的发生概率，不受其他事件的发生的影响，但是一个关联事

件(dependent events)的发生概率, 会受到其他事件发生的影响。

Los 8.h

利用全概率公式, 一个随机变量 A 的无条件概率等于按照概率加权的条件期望的平均。数学表

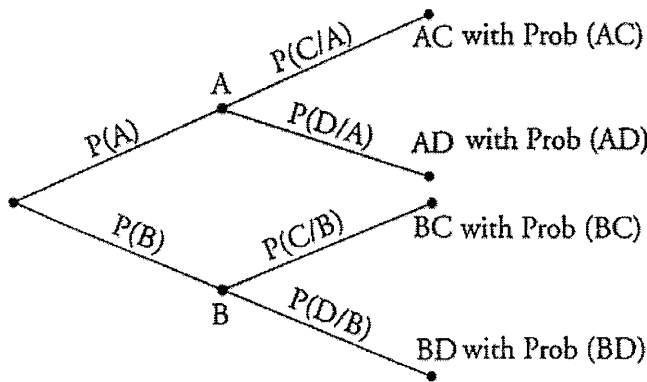
达为: $P(A) = \sum_{i=1}^n [P_i(B_i)] \times P(A|B_i)$, 其中, B_i 是一系列互斥的、完备的事件组

Los 8.i

投资中, 当一个条件事件发生时, 用条件期望来更新期望值。

Los 8.j

树图表示出了两个事件的概率和两个后续事件的条件概率。



Los 8.k

协方差测量了两个随机变量高于或者低于其期望均值的程度。可以通过如下计算求得:

$$Cov(A, B) = \sum_{i=1}^N P_i (A_i - \bar{A})(B_i - \bar{B})$$

相关系数(correlation)是两个随机变量之间联系的标准量度。相关系数取值范围从-1 到+1, 表达

式为 $\frac{Cov(A, B)}{\sigma_A \sigma_B}$

Los 8.l

一个随机变量的期望, $E(X) = \sum_{i=1}^n P(x_i)x_i$,

一个随机变量的方差 $Var(X) = \sum_{i=1}^n P(x_i)[x_i - E(x)]^2 = \sigma_X^2$

标准差 $\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2}$

一个两资产的投资组合的期望收益率和方差分别为:

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_p) &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \text{Cov}_{12} \\ &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} \end{aligned}$$

Los 8.m

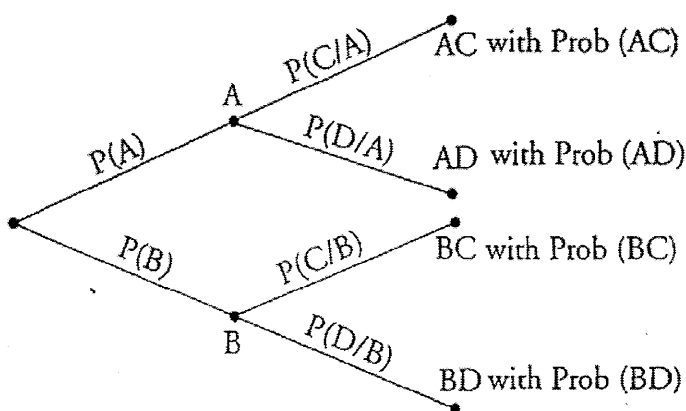
给定 X_i 和 Y_i 的联合概率, $P(X_i, Y_i)$, 则协方差计算如下:

$$\sum_{i=1}^n P(X_i, Y_i) (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

Los 8.n

贝叶斯公式, 是用来基于新的事件 O 的发生, 来得到后验概率的: $P(I | O) = \frac{P(O | I) \times P(I)}{P(O)}$

注意下面的树图, $P(A|C) = \frac{P(AC)}{P(AC) + P(BC)}$



Los 8.o

对 n 个物品进行排序, 总共的方法数目是 n 的阶乘: $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 1$

把 k 个不同的标签贴到 N 个物品上, 有 $\frac{N!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$ 种方法, 其中 n_i 代表标签 i 可以贴的物品的数目。

从 n 个物品中, 挑选出 r 件, 当挑选次序不重要的时候, 总共的挑选方法数目 ${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ 。

当次序重要的时候, 总共有 $\frac{n!}{(n-r)!}$ 种排列。

Session 3

LOS 9 常用的概率分布

考试要点

本节包含了很多考试中会考到的内容。本节需要掌握离散的(discrete)和连续的(continuous)概率分布的区别。二项分布(binomial distribution)和正态分布(normal distribution)是最重要的。你需要学习这两个分布的特性,并且记住二项分布的均值和方差的公式,以及一个给定的二项概率分布,取某个特定值的概率。学习不足风险(shortfall risk)以及如何计算 Roy 安全优先法则(Roy's Safety-first criterion)。明白如何标准化一个正态分布,如何使用 z-表,如何建立置信区间(confidence intervals)。这些概念在后面章节中会经常用到。另外,需要明白对数正态分布(lognormal distribution)的基本特点,蒙特卡洛模拟(Monte Carlo simulation),以及历史模拟(historical simulation)。最后,需要知道从持有期回报(holding period return)得到连续复利的回报(continuously compounded rates of return)。

除此之外,没有什么其它问题。

LOS 9.a: 定义、解释一个概率分布(probability distribution), 区分离散型和连续型随机变量(discrete and continuous random variables),以及概率函数。

Los 9.b: 描述一个给定的离散随机变量所有可能的结果的集合(describe the set of possible outcomes of a specified discrete random variable)

一个概率分布(probability distribution)描述了一个随机变量所有可能结果(possible outcomes)的概率,这些概率之和必定为1。投掷一个骰子,正面对应的数字的概率就是一个简单的概率分布:包含有6个结果,每个结果的概率为1/6。S&P500 一年时间所有可能的回报的概率分布是一个较为复杂的概率分布。

一个离散型随机变量(discrete random variable),可能结果的数量是可数的;而且对于每一个可能的结果,有一个可以衡量的、正的概率。离散型随机变量的一个例子是1个月之内下雨的天数,之所以是离散型随机变量是因为可能的结果数是有限的-最多的下雨天数就是一个月的天数,因此也是可数的。

概率函数(Probability function)

一个概率函数 $p(x)$, 给出了一个随机变量等于某一特定值的概率。正式的说, $p(x)$ 是随机变量 X 取值 x 时的概率, 或 $p(x) = P(X=x)$

概率函数的两个重要特征:

- $0 \leq p(x) \leq 1$

- $\sum p(x)=1$ ，一个随机变量 X 取所有可能结果的概率之和必定为 1

举例: 评估一个概率函数(evaluating a probability function)

考虑下面的函数: $X=\{1,2,3,4\}$, $p(x)=x/10$, 对于其他 x , $p(x)=0$

决定这个函数是否符合概率函数的条件

答案:

注意, 这些概率都介于 0,1 之间, 并且和为 1

$$\sum p(x) = 1/10+2/10+3/10+4/10 = 0.1+0.2+0.3+0.4=1$$

因此, 这个函数符合概率函数的所有条件

一个连续型随机变量(continuous random variable), 可能结果的数量是无穷的, 即便该变量存在上界、下界。每天的降雨量(0-100 英尺), 就是一个连续型随机变量, 因为结果可能的取值有无限多, 不可数。每天降雨量可以有若干英尺, 加上若干十分之一英尺, 加上若干百分之一英尺, 加上若干千分之一英尺.....因此, 即使降雨量一定在 0-100 英尺之间, 仍然是不可数的、有无限可能的。

给离散型随机变量和连续型随机变量可能的结果赋上概率值, 就成为了离散型概率分布和连续型概率分布。这两种分布的区别主要如下:

1. 对于一个离散型分布, x 不可能发生的时候, $p(x)=0$; x 可能发生的时候, $p(x)>0$ 。回忆 $p(x)$ 的读法: 随机变量 $X=x$ 的概率。举例来说, 6 月中有 33 天下雨的概率是 0, 因为这个不可能发生; 但是 6 月中有 25 天下雨的概率, 却是一个正的值。

2. 对于一个连续变量, 即使 x 可能发生, $p(x)$ 也等于 0。当 x_1, x_2 是实数的时候, 我们只能考虑 $p(x_1 \leq X \leq x_2)$ 。举例来说, 6 月降雨量正好为 2 英尺的概率为 0, 因为 2 英尺只是无限种取值可能中的一个值; 反过来, 降雨量在 1,99999999 与 2.00000001 英尺之间的概率, 是一个正数。另外, 在连续概率分布的情况下, $p(x_1 \leq X \leq x_2) = p(x_1 < X < x_2)$, 因为 $p(x_1) = p(x_2) = 0$

在金融中, 一些离散型分布被当作连续型分布来处理, 因为可能的结果的数量很大。比如说, 美国交易所交易的股票的价格的变动是按照多少美元多少美分来记录的。因此, 股价变动 \$1.33 或者 \$1.34 的概率几乎为 0。所以, 作为惯例, 经常去谈股价变动在一个范围内的概率, 比如说 \$1.00 到 \$2.00 之间的概率。换种说法, $p(\text{价格变动}=1.33)$ 几乎为 0, 但是 $p(\$1 < \text{价格变动} < \$2) > 0$

LOS 9.c: 定义、解释概率函数(probability function), 概率密度函数(probability density function), 累积分布函数(cumulative distribution function).

LOS 9.d: 给定累积分布函数, 计算、解释一个随机变量的概率

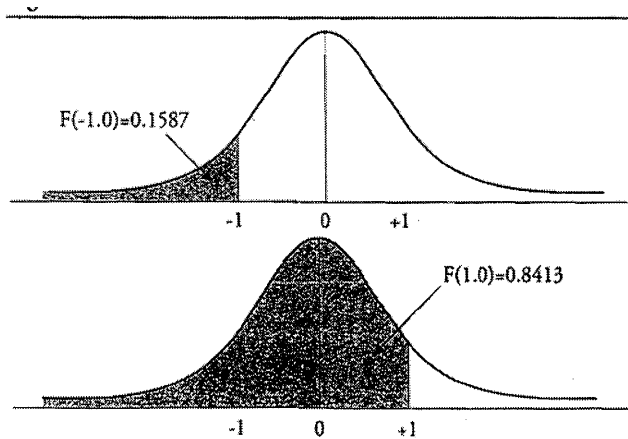
累积分布函数 (cumulative distribution function, cdf)

累积分布函数简称为分布函数(distribution function), 定义了一个随机变量 X , 取值不超过一个特定值 x 的概率。它代表了, 不超过一个特定结果(含)的所有结果的概率之和(累积概率)。数学上表达为 $F(X) = P(X \leq x)$ 。举例来说, 考虑之前的例子, $X=\{1,2,3,4\}$, $p(x)=x/10$; 对于其他 x , $p(x)=0$ 。

对这个分布, $F(3) = 0.6 = 0.1+0.2+0.3=p(1)+p(2)+p(3)$, $F(4)=0.1+0.2+0.3+0.4$ 。这表示, $F(3)$ 是结果 1,2,3 发生的累积概率, $F(4)$ 是结果 1,2,3,4 发生的累积概率。

表 1 展示了一个累积概率分布的例子(一个标准正态分布的例子, 稍后我们会提到)小于 1 的概率为 84.13%, 而小于-1 的概率为 15.87%。由于分布是连续的, 任何 x 的 cdf 都是曲线下少于 x 的面积与总体面积之比。

图 1:累积分布函数



LOS 9.e: 定义:离散型均匀分布随机变量(discrete uniform random variable), 伯努利随机变量, 二项随机变量(binomial random variable).

LOS 9.f: 计算和解释一个给定的离散型均匀与分布和二项分布的概率。

所谓离散型均匀分布的随机变量, 就是所有可能结果的概率都相同的离散型随机变量。举例来说, 考虑如下离散型均匀分布的随机变量: $X=\{1,2,3,4,5\}$, $p(x)=0.2$ 。这里, 每一个结果的概率都是 0.2 [即 $p(1)=p(2)=p(3)=p(4)=p(5)=0.2$]。同时, 对于第 n 个结果, 累计分布函数 $F(X_n)=np(x)$, 并且对于一个含有 k 个结果的区域, 概率为 $p(x)k$ 。

举例: 离散型均匀分布(Discrete uniform distribution)

对于如下的离散型均匀分布函数, 求 $p(6)$, $F(6)$, $P(2 \leq X \leq 8)$

$X \{2,4,6,8,10\}$, $p(x)=0.2$

答案:

因为 $p(x)=0.2$, 所以 $p(6)=0.2$ 。

$F(6) = P(X \leq 6) = np(x) = 3(0.2) = 0.6$, 这里 $n=3$, 因为 6 是第 3 个结果。

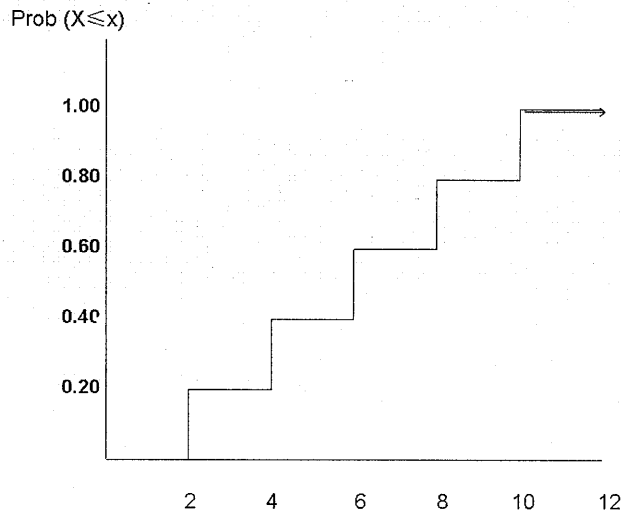
$P(2 \leq X \leq 8) = 4(0.2) = 0.8$, 这里 $k=4$, 因为 $2 \leq X \leq 8$ 区间中包含了 4 个结果。

下图展示了这个分布的概率函数和累积分布函数

概率和累积分布函数

X=x	(X=x)的概率	(X≤x)的概率
2	0.20	0.20
4	0.20	0.40
6	0.20	0.60
8	0.20	0.80
10	0.20	1.00

图 2:累积分布函数



二项分布(Binomial distribution)

一个二项随机变量可以被定义为:给定总共试验(trial)次数, 试验中总共成功的次数(结果只可能是成功与失败两种)。假设单次试验成功的概率为 p (对每一次试验来说成功的概率都是 p), 并且每次试验之间是独立的。考虑一个试验次数为 n 的二项分布中的随机变量称为伯努利随机变量。把试验看成是一个小型试验或者伯努利试验, 最终结果是 n 次试验中成功的数目。在这样的条件下, 二项概率分布 $p(x)$ 就定义了 n 次试验中恰好成功 x 次的概率可以用如下的公式表示:

$$p(x)=P(X=x)=(\text{从 } n \text{ 个中选取 } x \text{ 个, 所有的选法数}) p^x(1-p)^{n-x}$$

其中:

从 n 个中选取 x 个, 所有的选法数 = $\frac{n!}{(n-x)!x!}$, 也可以表示为 $\binom{n}{x}$, 读作“ n 选择 x ”

p = 每一次试验的成功率

所以, n 次试验中恰好成功 x 次的概率是

$$p(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

举例: 二项分布概率(binomial probability)

有一碗大豆, 其中有黑大豆, 也有白大豆。假设单次抽取, 得到黑大豆的概率是 0.6。假设符合二项分布, 求 5 次抽取中, 恰好 3 次取到黑大豆的概率。

答案:

$$p(X=3)=p(3)=\frac{5!}{(5-3)!3!}(0.6)^3(0.4)^2=(120/12)(0.216)(0.160)=0.3456$$

一些对于结果的直觉也许可以帮助我们记住计算的结果。假设一个装有黑、白大豆的大碗中有 60% 的黑豆, 假设, 每次抽取一个大豆之后, 都把该大豆放回去再接着取。考虑 5 次抽取中, 恰好 3 次取到黑大豆的概率。一种可能的方法是 BBBWW(B, 代表 Black, 黑大豆; W, white, 代表白大豆)。因为每次抽取都是独立的, 出现这种情况的概率容易计算: 得到黑大豆的概率是 0.6, 则得到白大豆的概率是 40%。因此, 选出 BBBWW(按照顺序)为 $0.6 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.4 = 3.456\%$, 这就是公式中 $p^3(1-p)^2$ (其中, $p=60\%$, 即每次单独从碗中取到黑豆的概率, $n=5, x=3$)。

然而 BBBWW, 并不是 5 次抽取中恰好 3 次取到黑大豆的唯一选择。另一个是 BBWWB, 第三个是 BWWWB.....每一个选择方式, 与 BBBWW 发生的概率相同。因此, 我们需要解决的, 就是, 5 次抽取中恰好 3 次抽到黑大豆, 总共有多少种取法? 利用组合公式, 知道总共有

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = 10 \text{ 种可能。} 10 \times 3.456\% = 34.56\%, \text{ 就是我们刚才计算出来的数。}$$

一个二项分布随机变量的期望值(The Expected Value of a Binomial Random Variable)

N 次试验中成功次数这一随机变量 X 的期望 E(X)由下面的公式给出:

$$X \text{ 的期望值 } E(X)=np$$

在直觉上也很容易理解, 如果我们进行 n 次试验, 每次试验成功的概率都为 p, 那么我们期望有(np)次成功。

举例: 二项分布随机变量的期望值(Expected Value of a Binomial Random Variable)

根据经验数据, 道琼斯工业平均指数(DJIA)在某一天上涨的概率等于 0.67。假设只有上涨、下跌两种可能结果, 则 $p(\text{上涨})=0.67$, $p(\text{下跌})=0.33$ 。另外, 假设每日 DJIA 的变动是独立的(即一天中, 上涨和下跌与另一天指数上涨或者下跌无关)

利用刚才的信息, 求在一个 5 天的周期中, 价格上涨的天数的期望值。

答案:

利用二项式的术语, 我们将“价格上涨”定义为“成功”, 则 $p=0.67$ 。(注意, 在任何二项分布问题中, 定义“成功”是非常重要的)

$$E(X | n=5, p=0.67) = (5)(0.67)=3.35$$

这里竖线意味着给定。因此前面的式子可以理解为给定 $n=5$, 成功概率为 0.67 时, X 的期望值时

3.35。

我们需要注意，因为二项分布是一个离散分布，因此 $X=3.35$ 是不可能取到的值。但是，如果我们记录很多的 5 天周期，则平均来说，价格上涨的天数的平均值会趋于 3.35

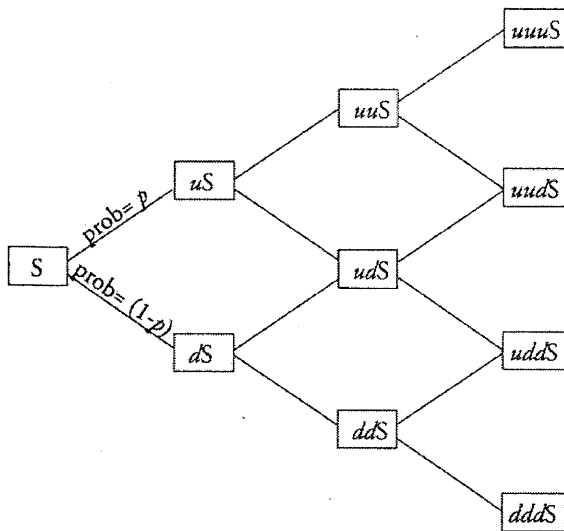
LOS 9.g: 并且构建一个二叉树(binomial tree)来描述股票价格变化(stock price movement)

用二叉树描述股价变动(A Binomial Tree to Describe Stock Movement)

一个二项式模型可以应用在描述股价变动上面。我们只需要定义两种可能的结果，以及每种结果发生的概率就可以了。假设股票现在的价格为 S ，在下一个期间中，可能上涨 1%，也可能下跌 1%(只有这两种可能)。价格上涨的概率为 p ，价格下降的概率为 $1-p$ 。在我们的例子中，上涨因子(U)为 1.01，下跌因子(D)为 $1/1.01$ 。因此，有 p 的概率下一时期价格为 $S(1.01)$ ，有 $(1-p)$ 的概率下一时期价格为 $S/1.01$ 。

一个二叉树，是通过展示一系列连续的期间中，股价上涨、下降所有的可能组合的图形。对于两期，可能的组合是 UU, UD, DU, DD。重要的是，两个时期之后，UD 与 DU 对应的最终价格是一样的，原因是 $S(1.01)(1/1.01) = S = S(1/1.01)(1.01)$ 而运动的次序并不会影响运动的结果。二叉树上每一个可能的值是一个节点。。图 2 展示了一个 3 期的二叉树图形。

图 2:二叉树:



初始价格 $S=50$, $U=1.01$, $D=1/1.01$, $\text{Prob}(U)=0.6$, 我们可以计算出两期之后可能的股票价格:

- $uuS=1.01^2 \times 50=51.01$, 概率: $(0.6)^2$ $=0.36$
- $udS=1.01(1/1.01) \times 50=50$, 概率: $(0.6)(0.4)$ $=0.24$
- $duS=(1/1.01)1.01 \times 50=50$, 概率: $(0.4)(0.6)$ $=0.24$
- $dds=(1/1.01)^2 \times 50=49.01$, 概率: $(0.4)^2$ $=0.16$

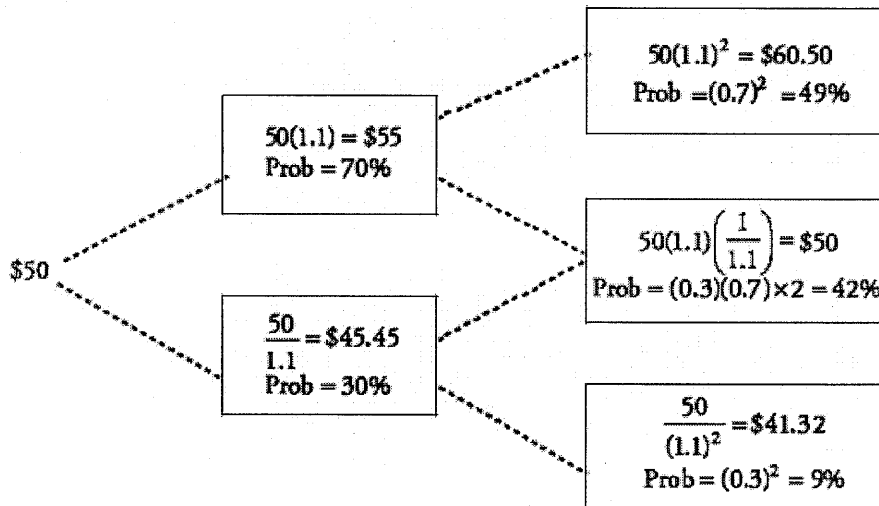
因为 ud 与 du 两种组合对应的价格都是 50，因此两期之后价格为 50 的概率是: $2 \times (0.6)(0.4)=48\%$

一个参数为 $S=50$, $U=1.1$, $\text{Prob}(U)=0.7$ 的二叉树展示在图3中。两期后中间值(50)正好等于初始值,

两期后股票价格下降的概率就是这两个阶段股价都下降的概率, 即 $(1-0.7)^2=9\%$

图3: 一个二期的二叉树(A Two-Period Binomial Tree)

相关参数: $S=\$50$, $U=1.10$, $\text{Prob}(U)=0.7$



二叉树模型的重要应用就是为期权定价, 我们可以通过缩短时间和增加时期数与可能结果来使得二叉树为期权定价变得更加实用。

LOS 9.h: 计算并解释追踪误差(tracking error)

追踪误差是投资组合总收益和基准组合总收益的差。比如, 如果一个美国股票构成的投资组合在某个时期的收益率为4%, 而可比的美国股票指数的收益率为7%, 投资组合的追踪误差为-3%

LOS 9.i: 描述连续型均匀分布(continuous uniform distribution); 给定一个连续型均匀分布, 计算、解释各种概率

一个连续型均匀分布的定义域是从下界 a , 到上界 b (上下界是均匀分布的参数)。结果只可能出现在 a,b 之间。因为我们面对的是连续型分布, 因此即使 $a < x < b$, 仍然是 $P(X=x)=0$ 。一个连续型均匀分布的性质可以如下描述:

对于所有满足 $a \leq x_1 < x_2 \leq b$ 的 x_1, x_2 例如对于边界 a 和边界 b 之间的所有 x_1, x_2

$P(X < a \text{ or } X > b) = 0$ (X 处于边界之外的概率是 0), 且

$P(X_1 \leq X \leq X_2) = (x_2 - x_1) / (b - a)$, 这定义了, 处在 x_1, x_2 之间的概率;

不要因为用了数学表达式就觉得这个很复杂。对一个均匀分布, 结果落入一个长度为全区间长度一半的区间的概率为 50%; 结果落入一个长度为全区间长度 1/4 的区间的概率为 25%

举例: 连续型随机分布(continuous uniform distribution)

假设随机变量 X 在 2,12 之间均匀分布。求 X 处于 4, 8 之间的概率:

答案:

$$\frac{(x_2 - x_1)}{(b - a)} = \frac{(8 - 4)}{(12 - 2)} = \frac{4}{10} = 40\%$$

下面的图表示了连续均匀分布。注意在 4 和 8 之间的区域占 2 到 12 之间区域的 40%(整体是 100%)

连续均匀分布

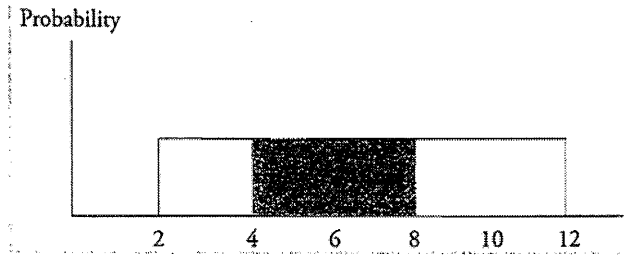
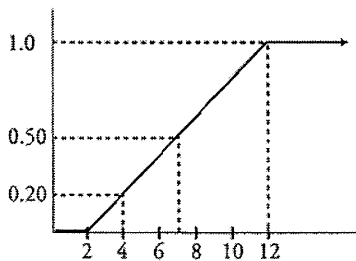


Figure 4: CDF for a Continuous Uniform Variable



由于结果在等可能的区间内是相等的, 累积分布函数(CDF)在变量的范围内是线性的。上例中分布的 CDF, $P(X < x)$ 在图四中有显示。

LOS 9.j: 解释正态分布(normal distribution)的关键性质

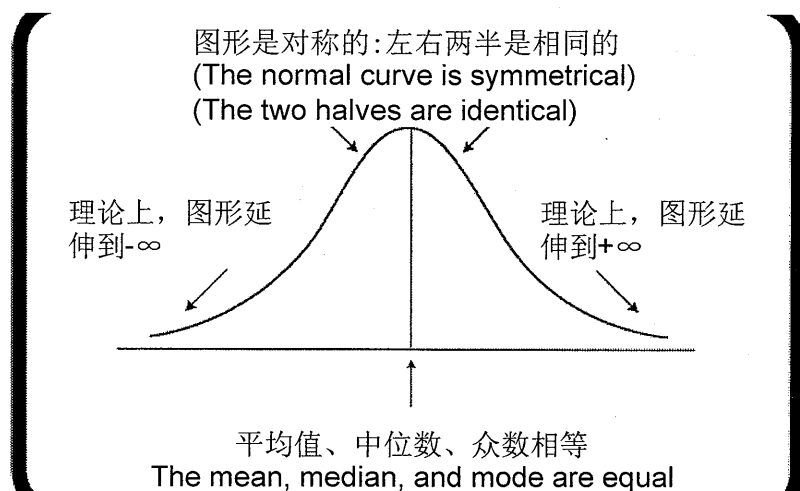
正态分布非常重要。不光因为它在考试中出现的概率很大, 而因为很多与金融相关的随机变量都遵循正态分布。在投资组合管理中, 正态分布是投资组合理论的中心。

正态分布有下列性质:

- 一个正态分布完全由它的均值 μ 和方差 σ^2 来决定, 表示成: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 读作 X 是以 μ 为均值、以 σ^2 为方差的正态分布(X is normally distributed with mean μ and variance σ^2)
- 偏度(skewness)=0, 正态分布关于它的均值是轴对称的, 因此 $P(X \leq \mu) = P(\mu \leq X) = 0.5$, 均值=中位数=众数
- 峰度(kurtosis)=3。峰度是用来描述一个分布平坦(flat)的程度, 在之前已经讲过。超额峰度(excess kurtosis)是以正态分布的峰度为标准, 将一个分布的峰度和 3 相比较得到的。
- 一系列正态分布的线性组合(lineal combination)仍然是正态分布。
- 越远离均值的结果, 发生的概率越小, 但是概率密度不会变为 0(即正态分布的尾部很细, 但是会延伸至无穷)。

上面提到的性质中，很多可以从下面图 5 中正态分布的概率密度函数图中看出来。

图 5:正态分布概率密度函数(normal distribution probability density function)



LOS 9.k:区分单变量 (univariate) 和多元 (multivariate) 分布，并且解释在多元正态分布 (multivariate normal distribution) 中，相关系数的作用 (the role of correlation)

单变量和多元分布(Univariate and Multivariate Distributions)

到现在为止，我们的讨论一直局限于单变量的分布(Univariate distribution，即一个随机变量的分布)。然而，在实际应用中，经常需要知道两个或者多个随机变量之间的关系。比如，投资者经常对多个资产回报之间的相互关系感兴趣。事实上，通过学习资产定价模型(asset pricing models)和现代投资组合理论(modern portfolio theory)，你可以发现，某个股票的回报与 S&P500 或者其他市场指数的回报有很特殊的关系。无论具体分布是什么，同时分析两个或者多个随机变量需要对多元分布有所理解。（“元”的意思就是变量，多元就是多变量）

一个多元分布给出了一组随机变量的相关概率，并且只有当这些变量在某种程度上取决于该组其他变量的时候多元分布才有意义。离散型与连续型随机变量都可以有多元分布。两个离散型变量的多元分布可以用联合概率表(joint probability table)来描述。对于连续型变量，如果每个变量都是正态分布，可以用多元正态分布来描述这些变量。之前已经提到，正态分布的一个性质是：一些正态分布的随机变量的线性组合仍然是正态分布的。比如说，如果一个投资组合中，每支股票的回报都是正态分布的，那么整个投资组合的回报也是正态分布的。

多元正态分布中相关系数的作用(The Role of Correlation in the Multivariate Normal Distribution)

与一元的正态分布类似，多元正态分布可以用单个随机变量的平均值与方差描述。另外，在描述多元正态分布的时候，需要给出单个随机变量两两间的相关系数。相关系数是把多元正态分布与一元正态分布区别开的特点。相关系数，给出了一对随机变量间的线性关系的强弱。

利用资产回报作为这里的随机变量， n 个资产的回报的多元正态分布，可以用下面三组变量联合起来完全表示

- n 个回报的平均值(共 n 个)
- n 个回报的方差(共 n 个)
- $0.5n(n-1)$ 个成对的相关系数

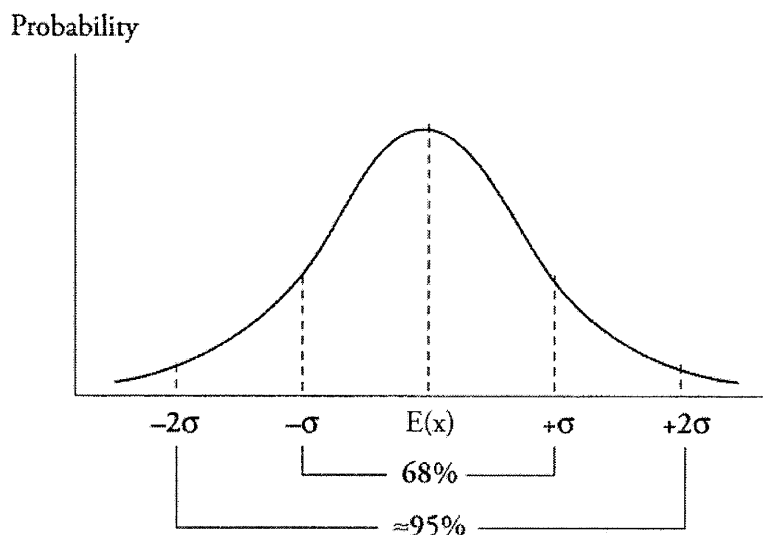
举例来说，如果只有两项资产， $n=2$ ，那么多元的回报分布可以用 2 个均值，2 个方差，以及 $0.5(2)(2-1)=1$ 个相关系数表示。如果有四项资产， $n=4$ ，那么多元的回报分布可以用 4 个均值，4 个方差，以及 $0.5(4)(4-1)=6$ 个相关系数表示。当构建一个投资组合的时候，保持其他条件相同，总是倾向于将回报相关系数低的资产组合在一起，因为这样得到的资产组合的回报率方差要小(与用资产之间相关系数高的资产进行组合来比较)。

LOS 9.1: 对于一个正态分布的随机变量，构建、解释置信区间(confidence intervals)，解释一个正态分布的随机变量取值处在置信区间里面的概率

一个置信区间是这样一个区间:该区间以变量的期望值为中心，且我们期望实际的结果以特定的概率落在这个区间里面。举例来说，95%的置信区间就是这样一个区间:我们期望随机变量 95%的时间在这个区间里面。对于一个正态分布来说，区间取决于该随机变量的期望值(也称为点估计，point estimate)和波动性(用标准差来衡量)。

图 6 显示了正态分布的置信区间。对于任何正态分布，68%的结果会落在期望值(平均值)上下一个标准差的范围内，大约 95%的结果会落在期望值(平均值)上下两个标准差的范围内。

图 6:一个正态分布的置信区间(Confidence Intervals for a Normal Distribution)



在实际中，我们不会知道一个分布的真实均值及标准差，但是，我们可以通过 \bar{X} 与 s 来估计这

两个参数。我们所感兴趣的 3 个置信区间如下:

X 的 90%的置信区间是: $\bar{X} - 1.65s$ 到 $\bar{X} + 1.65s$

X 的 95%的置信区间是: $\bar{X} - 1.96s$ 到 $\bar{X} + 1.96s$

X 的 99%的置信区间是: $\bar{X} - 2.58s$ 到 $\bar{X} + 2.58s$

举例: 置信区间(Confidence Intervals):

一个共同基金, 回报的平均值是 10.5%, 标准差是 18%, 假设回报率近似是正态的, 求该共同基金回报的 95%的置信区间。

答案:

这里, μ 和 σ 分别是 10.5%和 18%

则回报 R 的 95%置信区间是:

$10.5 \pm 1.96(18) = -24.78\%$ 到 45.78%

用概率的语言表示:

$P(-24.78\% < R < 45.78\%) = 95\%$

解释是:年度回报有 95%的概率落入这个区间(或者说, 100 年里面, 平均有 95 年的回报会落入这个区间)。

LOS 9.m: 定义标准正态分布(standard normal distribution), 解释如何将一个随机变量标准化, 用标准正态分布去计算并理解概率(Explain the use of conditional expectation in investment applications)

一个标准正态分布是经过标准化产生的均值为 0、标准差为 1 的正态分布(即 $N(0,1)$)。为了将一个给定的正态分布的观测值标准化, 需要计算这个观测值的 z 值(z-value)。z 值代表了, 这个观测值与均值的距离等于多少倍的标准差。标准化(standardization)是将一个随机变量的观测值转换成 z 值的过程。下面的公式是用来对一个随机变量进行标准化的:

$$z = \frac{\text{观测值} - \text{总体的均值}}{\text{标准差}} = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

注意:这里, 将一个观测标准化的值称为 z 值, z-分(z-score)与 z-统计量(z-statistic)也是被经常使用的名称。

举例: 将一个随机变量标准化(standardizing a random variable)(计算 Z 值)

假设一个很大的公司样本, 这些公司每年的每股收益(Earnings per share, EPS)服从均值为\$6.00, 标准差为\$2.00 的正态分布。求:一个观测的每股收益值介于\$2.00-\$8.00 的概率?

答案:

如果 $EPS=x=\$8$, $z=(x-\mu)/\sigma=(\$8-\$6)/\$2= +1$

如果 $EPS=x=\$2$, $z=(x-\mu)/\sigma=(\$2-\$6)/\$2=-2$

这里, $z=+1$ 表示, $\$8.00$ 的 EPS 比均值大一个标准差那么多, $z=-2$ 表示, $\$2.00$ 的 EPS 比均值小两个标准差那么多。

用 z 值计算概率

现在我们来展示如何用标准化的值和 Z 概率表来计算, 一个随机变量的值落入一个给定区间的精确概率。图 7 展示了 Z 分布的累积分布函数表的一部分。我们把这个表称为 Z-表, 因为这个表包含了 Z 的累积密度函数 $F(Z)$ 。因此, Z-表中的值, 是观测值小于给定的 z 值的概率, 即 $P(Z < z)$ 。第一列的 z 值, 只有一位小数(例如 0.0, 0.1...); 从第二列开始, 则提供了 2 位小数的 z 值。假设需要寻找 $z=0.15$ 对应的概率, 因为 $0.15 = 0.1 + 0.05$, 故先在第一列中, 寻找 0.1(在第三行), 然后在后面的列中寻找 .05(在表格的第七列)。因此, 第三行、第七列对应的数据 .5596 就是 $P(Z < 0.15)$ 的概率。

注意: 图 7 中只提供了正的 z 值对应的概率。对于负的 z 值, 因为标准正态分布是关于 0 点对称的, 所以 $F(-Z)=1-F(Z)$ 。有的表格会给出负的 z 值对应的概率, 但是我们只用正的那一部分, 因为在考试中, 可能你只得到正的那一部分表格, 需要用正的那部分推出负的那部分。例如, 表 7 中给出了标准正态随机变量小于 1.66 的概率, 表中的值为 95.15%, 那么随机变量小于 -1.66 的概率为 $1-0.9515=0.0485=4.85\%$, 这也是随机变量大于 +1.66 的概率。

注意: 当你使用标准正态概率时, 你已经用偏离均值的偏差来解决问题。考虑一个收益服从正态分布的债券, 期望收益为 10%, 标准偏差为 12%, 受益大于 30% 的概率是通过大于期望收益 10% 的标准偏差的数量计算得到的。30% 超过 10% 的值为 20%, 是相对于均值的 $20/12=1.67$ 个标准差。我们查找收益小于均值 1.67 个标准差的概率(表 7 中为 0.9525 或者 95.25%) 计算收益大于均值 1.67 个标准差的概率为 $1-95.25=4.75\%$

图 7: 一个标准正态分布的累积概率 (Cumulative Probabilities for a Standard Normal Distribution)。为了节省位置, 表格中间去掉了几行。

Figure 7: Cumulative Probabilities for a Standard Normal Distribution

Cdf Values for the Standard Normal Distribution: The z-table										
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.5	.6915	Please note that several of the rows have been deleted to save space.*								
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990

*附录 A 中给出了完整的标准正态分布表格

举例: 使用标准正态概率表(z-表)

考虑 EPS 服从 $\mu = \$6$ 和 $\sigma = \$2$ 的分布, 则 EPS 大于\$9.70 的概率为多少?

解答:

这里我们想知道 $P(\text{EPS} > \$9.70)$ 即为曲线下在 $\text{EPS} = \$9.70$ (图中可见) 右边的 z 值

EPS=\$9.70 的 z 值为

$$Z = \frac{(x - \mu)}{\sigma} = \frac{(9.70 - 6)}{2} = 1.85$$

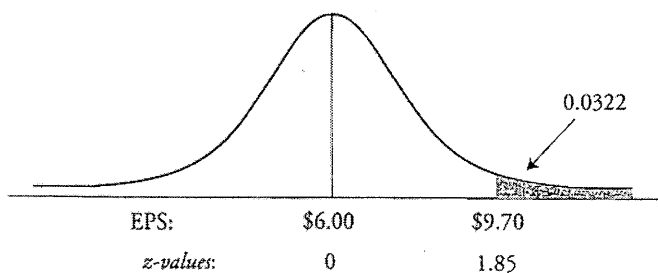
即\$9.70 多于均值\$61.85 个标准差。

从 z-表中, 可以看到 $F(1.85) = 0.9678$, 但是这仅仅是 $P(\text{EPS} \leq 9.70)$, 我们想要得到 $P(\text{EPS} > 9.70)$,

而 $1 - P(\text{EPS} < 9.70)$

$P(\text{EPS} > 9.70) = 1 - 0.9678 = 0.0322$ 或者 3.2%

$P(\text{EPS} > \$9.70)$



例子: 使用 z 标

再次使用 EPS 服从 $\mu = \$6$ 和 $\sigma = \$2$ 的分布，则 EPS 小于 \$4.10 的概率为多少？

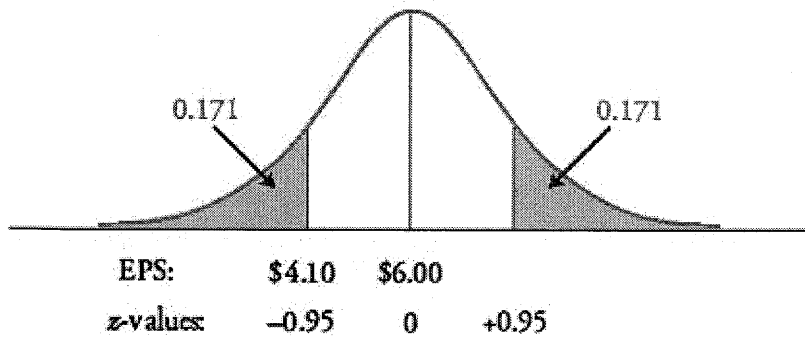
解答：

正如下表中所示，我们想要得到 $P(\text{EPS} < \$4.10)$ ，像前面的例子一样，这个方法需要两步：

$$z = \frac{\$4.10 - \$6}{2} = -0.95$$

所以 \$4.10 比均值 \$6.00 低了 0.95 个标准差。

从本书后面的 z 值表中我们可以得到 $F(-0.95) = 0.1711$ 或者 17.11%



Z 表给我们结果小于均值 0.95 个标准差的概率。

LOS 9.n: 定义不足风险(shortfall risk), 计算安全优先比率(safety-first ratio), 利用 Roy 安全优先法则(Roy's Safety-first criterion)选择一个最优投资组合。

不足风险的定义是:一个投资期间内, 一个投资组合的价值或者回报低于一个特定目标值的概率。

Roy 安全优先法则: 最优化投资组合, 就是使投资组合的价值或回报低于一个“最小可接受值”(minimal acceptable level)的概率最小。这个“最小的可接受值”, 被称作“临界值水平”(threshold level)。用算符表示, Roy 安全优先法则可以被如下陈述: Minimize $P(R_p < R_L)$ 其中, R_p = 投资组合的回报; R_L = 临界值水平回报

如果投资组合的回报符合正态分布, Roy 安全优先法则可以被如下陈述:

$$\text{最大化 SFRatio (Safety-first ratio 的简称), SFRatio} = \frac{[E(R_p) - R_L]}{\sigma_p}$$

注意: 与夏普比率(Sharpe Ratio)的相似性: $\text{Sharpe} = \frac{[E(R_p) - R_f]}{\sigma_p}$ 。唯一的区别是, Sharpe

Ratio 使用的是相对无风险利率的超额收益率, 而 SFRatio 使用的是相对一个“临界值水平回报”(threshold level, or minimal acceptable level)的超额收益率。

Roy 安全优先法则背后的逻辑展示在图 8 中。假设一个投资者在两个投资组合中做出选择:投资组合 A, 回报期望值为 12%, 标准差为 18%; 投资组合 B, 回报期望值为 10%, 标准差为 12%; 投资者希望最小化损失本金 (即实现负的回报) 的风险。假设回报符合正态分布, 那么, 使用 0% 作为“临界值水平回报” R_L , 应该选择具有最大的 SFRatio(安全优先比率)的投资组合:这样的组合, 实现负的回回报的概率最小。

图 8:安全优先法则和不足风险(The Safety-First Criterion and Shortfall Risk)

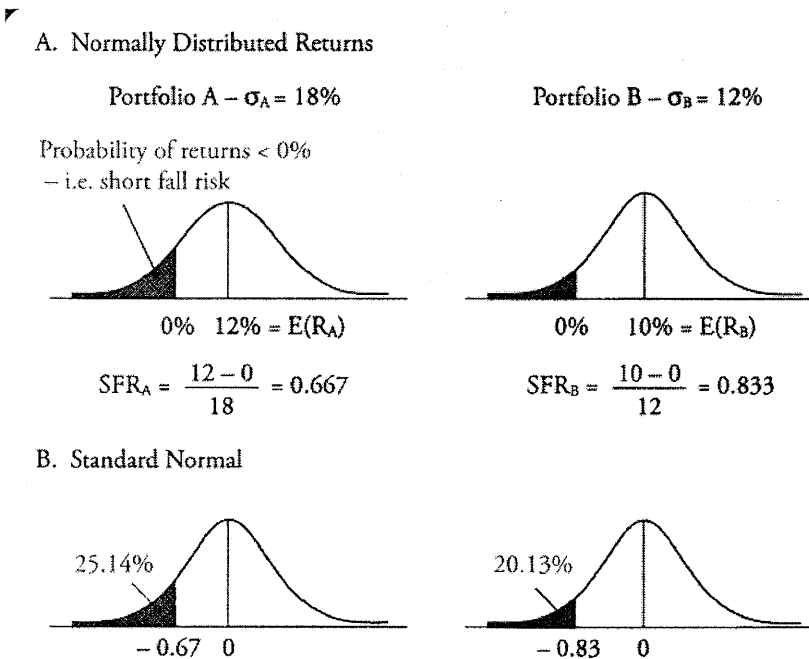


图 8 的 B 部分(下半个图), 将 SFRatio(SFR)与标准正态分布联系起来。注意, SFR 是小于均值的部分除以标准差得到的倍数, 因此, SFR 较大的投资组合, 收益率低于临界水平收益率的概率较低。在我们的例子中, 有 0%的收益率, 利用标准正态分布表, 我们可以找出左边尾部(left-tail)的概率。这些概率(对于投资组合 A, 25.14%; 对于投资组合 B, 20.13%)也是以 0%为回报率目标的不足风险(shortfall risk)。投资组合 B 有较大的 SFR(0.833), 因此, 实现负的收益的概率也较小。

总的来说, 当用 Roy 安全优先法则选择不同的投资组合(这些投资组合回报都是正态分布)的时候, 分为两步:

步骤 1: 计算 $SFRatio = \frac{[E(R_p) - R_L]}{\sigma_p}$

步骤 2: 选择 SFRatio 最大的那个投资组合

举例: Roy 安全优先法则(Roy's safety-first criterion)

一个投资经理负责管理\$120 million 的大学捐赠基金(college endowment plan), 下一年底最低可接受的投资组合价值为\$123.6million。有三个投资组合可供选择, 这些投资组合的期望收益和标准差展示在下图的前面两行中。利用 Roy 安全优先法则, 求这些投资组合中, 哪一个是最好的?

答案:

临界的回报率是 $R_L = (123.6 - 120) / 120 = 0.030 = 3\%$, 三个投资组合的 SFR(安全优先比率)也在图 13 中计算出来。因为投资组合 A 有着最大的 SFR, 因此应该选择投资组合 A。

Roy 安全优先比率(Roy's Safety-First Ratios)

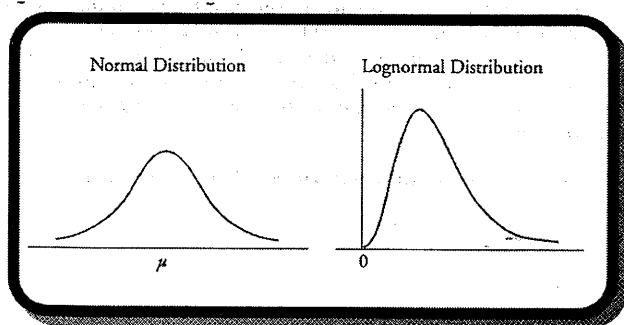
Portfolio	Portfolio A	Portfolio B	Portfolio C
$E(R_p)$	9%	11%	6.6%
σ_p	12%	20%	8.2%
SFRatio	$0.5 = \frac{(9-3)}{12}$	$0.4 = \frac{(11-3)}{20}$	$0.44 = \frac{(6.6-3)}{8.2}$

资产组合 A 的结尾值少于\$123.6million(收益少于 3%)的概率仅仅为 $F(-0.5)$, 我们可以在 z 值表中得到。概率为 $0.3085=30.85\%$

LOS 9.o: 解释对数正态分布(lognormal distributions)与正态分布(normal distributions)之间的关系; 解释对数正态分布在对资产价值建模时(modeling asset prices)的作用。

对数正态分布是通过函数 e^x 产生的, 其中 x 服从正态分布。因为 e^x 的自然对数 $\ln e^x = x$, 因此, 一个服从对数正态分布的随机变量的自然对数服从正态分布。

图9展示了一个正态分布与一个对数正态分布的不同。左边是正态分布，右边是对数正态分布。



在图9中，我们可以看到：

- 对数正态分布是有偏的(skewed to the right)
- 对数正态分布的定义域从0到正无穷，因此可以用来对资产的价值进行建模(资产价值永远不可能为负数)

如果我们用正态分布来对资产的回报进行建模，我们等于是承认了回报率有小于-100%的可能，即承认了资产价值有小于0的可能，这显然是不可能的。如果用对数正态分布来对相对价格(price relative)进行建模，就可以避免这个问题。一个相对价格(price relative)的定义就是，期末价格除以期初价格(S_1/S_0)，也等于1+持有期回报。反过来，用期初价格乘以相对价格，就得到期末价格。因为一个对数正态分布最小可能值为0，因此，期末价格不会出现负数。相对价格为0，就代表持有期回报为-100%，即期末资产价格为0。回忆，我们在构建股票价格变动的二叉树的时候，已经使用了相对价格的等价概念：上涨因子、下跌因子(up-move and down-move multiplier)

LOS 9.p: 区分离散型和连续型计复利的回报率(discretely and continuously compounded rates of return); 给定持有期回报(holding period return), 计算、解释连续型计复利的回报率(continuously compounded rate of return)

离散型计复利的回报(discretely compounded rate of return)就是给定一个离散型的计复利的期间(比如说按照每季度或者每半年计复利)，求出的离散型计复利的回报。计复利的频率越大，对应的有效年回报(effective annual return)就越大。名义利率(stated rate)为10%的时候，每半年计复利，得到的有效利率是 $(1 + \frac{0.10}{2})^2 - 1 = 10.25\%$ ，每月计复利，得到的有效利率是 $(1 + \frac{0.10}{12})^{12} - 1 = 10.47\%$ ；按照每日计复利、或者每小时计复利，得到的有效利率还会更大一些。不断增加计复利频率，计复利的期间也越来越短，得到的有效利率会趋于一个极限，即连续计复利(continuously compounding)对应的利率。年度名义利率为 R_{cc} ，则连续计复利对应的有效年利率为：

$$\text{有效年利率(effective annual rate)} = e^{R_{cc}} - 1$$

基于已有的名义利率为 10%，则连续计复利对应的有效年利率为 $e^{0.10} - 1 = 10.5171\%$ 在计算器中输入 0.1，并找到 e^x 函数就可以得到该公式。

因为 e^x 的自然对数 $\ln e^x$ 是 x ，我们可以从有效年利率反算出名义利率用之前的例子， $\ln(1+10.5171\%) = \ln 1.105171 = 10\%$ ；将 1.105171 输入计算器，然后输入 \ln 键(在 HP 计算器上面，按键顺序是 1.105171[ENTER][g][ln])

我们可以用这样的方法，从一个给出的持有期回报，求出连续计复利下的名义回报。如果 1 年的持有期回报为 12.5%，那么等价的连续计复利的年名义回报是 $\ln 1.125 = 11.778\%$ ；因为计算是基于 $1+$ 持有期回报，我们也可以用相对价格(price relative)。相对价格，就是期末的价格除以起初的价格。连续计复利下的名义回报等于：

$$\ln\left(\frac{S_1}{S_0}\right) = \ln(1 + HPR) = R_{cc}$$

举例：计算连续计复利的回报(Calculating continuously compounded returns)

以\$100 的价格购入股票，一年后以\$120 的价格卖出。求:连续计复利的基础上，投资者的年度回报(名义回报)?

答案:

$$\ln\left(\frac{120}{100}\right) = 18.232\%$$

如果我们已知的是持有期回报为 20%，则计算过程是:

$$\ln(1+20\%) = 18.232\%$$

收益率的连续复利计算的一个特点是对于多时期是可加的。注意两年的(有效)持有期是通过两倍连续复利年收益率计算得到的。如果 $R_{cc} = 10\%$ ，两年的(有效)持有期收益率为 $e^{(0.10)^2} - 1 = 22.14\%$ 。总的来说，当连续复利率给定之后，T 年之后的持有期收益为

$$HPR_T = e^{R_{cc} \times T} - 1$$

给定 2 年的投资结果，我们可以计算出两年持续复利收益。将它除以 2 可得到年收益率。考虑一项投资两年时间从\$1000 升至\$1221.4,两年的连续复利率为 $\ln(1221.40/1000)=20\%$,而年持续复利率(R_{cc})为 $20\%/2=10\%$

LOS 9.q: 解释蒙特卡洛模拟并描述主要的应用和局限(Explain Monte Carlo simulation and describe their major applications and limitations)

蒙特卡洛模拟(Monte Carlo simulation)是通过重复产生(repeated generation)影响证券价值的一个或者多个风险因素(risk factors)的值, 而得到证券价值的分布的一种技巧。对于每一个风险因素, 分析员必须给出风险因素遵循的概率分布的相关参数(parameter)。每一组随机产生的风险因子, 与定价模型一起来对证券进行定价。这个过程重复很多次(100 次,1,000 次甚至 10,000 次), 就可以得到类似资产价值的分布。该分布被用来对证券的期望值和方差进行推断。

举例来说, 考虑一个可以在特定时间执行的股票期权。主要的风险因素是股票价值本身, 但是利率也能影响期权的价值。模拟的过程是:

1. 给出股价和相关的利率的概率分布, 以及这些分布的参数(均值、方差、偏度等)
2. 随机的产生股价和利率的值
3. 利用随机产生的风险因子(股价, 利率)的值, 求出期权的价格
4. 在很多次重复计算之后, 计算期权价格的均值, 并用它来估计期权的价格

蒙特卡洛模拟通常用于:

- 对复杂的证券进行估值
- 模拟一个交易策略的盈亏情况
- 计算风险价值(Value at risk, VAR)的估计, 并以此来决定一个投资组合的资产负债风险
- 模拟养老金基金在一段时期内的资产负债情况, 并以此检查两者之间差别的波动性
- 对回报不服从正态分布的资产组成的投资组合进行估值定价

蒙特卡洛模拟的局限性在于:这是一种比较比较复杂的方法, 而且得到的结果, 不会好于关于风险因子分布的假设和使用的定价模型。同时, 模拟是一种统计方法, 而不是一种分析的方法, 不具有分析方法能够提供的洞察力。

LOS 9.r: 对比蒙特卡洛法和历史模拟法

历史模拟(Historical simulation)是基于风险因素(或者价值)在一段时间之内实际发生的变化。蒙特卡洛模拟是对风险因素的分布进行建模, 而历史模拟使用的是相关风险因素实际的变化。每一次重复计算中, 都从每个风险因素的历史变化中, 随机选出一个变化, 并且用这些变化来计算资产或者投资组合的价值。

历史模拟的优点在于, 由于使用的是风险因素的实际分布, 因此不需要估计风险因素的分布。缺点是, 风险因素过去的变化, 不一定与将来将要发生的变化相同。另外, 不常发生的事件, 如果在随机抽取过去的变化中没有被抽到, 就不能够被反映在通过历史模拟得到的结果中。历史模拟的另外一个局限是:不能够解决“如果...则”类的问题, 而蒙特卡洛模拟可以解决。比如说, 蒙特卡洛可以解决:如果某个风险因素的方差提高20%, 对证券/投资组合的价值的分布有什么影响, 而历史模拟不能解决这个问题。

关键概念

Los 9.a

一个概率分布(probability distribution)给出了一个实验(experiment)所有可能的结果(all possible outcomes), 以及这些结果对应的概率。

离散型随机变量有有限的结果, 与正的概率相联系。

连续型随机变量与一个范围内的结果相联系, 单个值的结果为 0。

Los 9.b

一个离散型随机变量的可能结果集合是一个有限集。一个例子是上周某个具体的资产组合增值的天数。

Los 9.c

一个概率函数 $p(x)$, 给出了一个随机变量等于某一特定值的概率: $P(X=x) = p(x)$

概率函数 $p(x)$ 的两个重要特征是: (i) $0 \leq p(x) \leq 1$, 以及 (ii) $\sum p(x) = 1$

概率密度函数(pdf)是连续型随机变量的函数, 用来计算随机变量落入某个特定区间的概率。

累积分布函数 (cumulative distribution function, cdf), 定义了一个随机变量 X 取值不超过一个特定值 x 的概率。它等于该特定值 x 左边、概率分布图形之下的部分的面积。

Los 9.f

一个离散型均匀分布(discrete uniform distribution)的随机变量有 n 个发生概率相同的结果, 因此每个结果出现的概率都是 $1/n$

二项分布是一个二项随机变量(binomial random variable) X 的概率分布。结果只可能是成功与失败两种, 成功的概率为 p 。 n 次独立试验(trial)中, 恰好成功 x 次的概率是:

$$p(x) = P(X=x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$E(X) = np$$

$$\text{Var}(X) = np(1-p)$$

二叉树给出了自既定的上浮概率和上浮显著水平上, 一个随机变量的所有可能值的可能结果(向上浮动因素)。

Los 9.h

一个连续型均匀分布(continuous uniform distribution) 的随机变量, 取值在一个区间里面的概率, 等于这个区间的长度, 除以整个定义域区间的长度。用数学式子表达, 假设这个连续型均匀分布的定义域是从下界 a , 到上界 b , 那么对于 $a \leq x_1 < x_2 \leq b$, $P(X_1 \leq X \leq x_2) = (x_2 - x_1)/(b - a)$

Los 9.i

正态概率分布(normal probability distribution)和正态分布图(normal curve)有如下的特性:

- 正态分布图是对称的, 形状像一个中国古时候的钟, 图形有一个峰, 在正中间
- 均值=中位数=众数, 而且在分布的正中间
- 一个正态分布完全由它的均值 μ 和方差 σ^2 来决定

多变量分布描述了多于一个随机变量的概率, 而单变量分布是对于一个随机变量而言的。

多元变量分布的相关性描述了变量的结果同其期望值之间的关系。

Los 9.j

一个置信区间(confidence interval)是这样的一个区间:在这个区间内寻找一个点估计(point estimate),有一个给定的置信水平(level of confidence);(举例来说,X的90%的置信区间是: $\bar{X} - 1.65s$ 到 $\bar{X} + 1.65s$)

任何正态分布的随机变量的置信区间

- 90% $\mu \pm 1.65$ 个标准差
- 95% $\mu \pm 1.96$ 个标准差
- 99% $\mu \pm 2.58$ 个标准差

正态分布的随机变量的 X 在 A 个标准差范围内的概率为 $P(\mu - A\sigma \leq X \leq \mu + A\sigma)$ 或者是两倍的右尾概率 $1 - F(A)$, 而 $F(A)$ 是 A 的累积标准差概率。

Los 9.k

一个标准正态分布是经过标准化产生的均值为 0、标准差为 1 的正态分布。

一个正态分布的随机变量 X 可以通过下面的公式进行标准化: $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$, 而 Z 通常服从均值为 0, 标准差为 1 的分布。

Z-表给出了 Z 分布的累积概率, 该表被用来求解随机变量 X 的值落入一个区间的概率

$$P(X < x) = F(x) = F\left[\frac{x - \mu}{\sigma}\right] = F(z), F(z) \text{ 的值可以从标准正态概率表(z-表)中找到}$$

$$P(X > x) = 1 - P(X < x) = 1 - F(z)$$

Los 9.l

对于特定的资产组合 P, 基于目标收益 R_T 的安全优先准则

$$\text{SFRatio} = \frac{[E(R_P) - R_L]}{\sigma_P}$$

不足风险的定义是:一个投资期间内, 一个投资组合的价值低于一个给定的最低值(specified minimal level)的概率。

一般来说, 安全优先率较大是较好的, 暗指较小的风险不足概率。

Los 9.m

如果 x 服从正态分布, e^x 服从对数正态分布。对数正态分布通常用于资产定价模型。因为对数正态随机变量非负, 只能够取正值。

Los 9.n

当我们减少离散的计复利的期间的长度(即从按季度计复利变成按月度计复利)的时候, EAY(有效年利率)增加。随着计复利的期间长度(compounding period)越来越短, 得到的有效利率会趋于

一个极限，即连续计复利(continuously compounding)对应的利率，此时有效年利率(effective annual rate) = $e^i - 1$

对于任意时期 t 的持有期回报(HPR)，在该时期中，等价的连续计复利下的名义回报(equivalent continuously compounded rate over the period)是 $\ln(1+HPR)$

Los 9.o

蒙特卡洛模拟首先假设风险因子的分布，然后随机的产生这些风险因子的价值，利用这些价值得到证券价值的分布。历史模拟是从这些风险因子过去的变化中，随机的选择一些变化，来产生证券价值的分布。

Session 3

LOS 10 抽样与估计

考试要点

本节涵盖了随机样本(random samples), 以及从样本数据推断总体的均值。你需要了解中心极限定理(central limit theorem), 因为这个定理让我们能够用样本统计量(sample statistics)来构建总体均值的点估计(point estimates of population means)的置信区间。给定样本参数估计值(sample parameter estimates)和置信水平(level of confidence)的时候, 要会计算总体均值的置信区间, 并会分清何时使用 z 统计量(z-statistic), 何时使用 t 统计量(t-statistic)。你还应该知道建立随机样本的基本步骤, 并且认识非随机样本带来的各种抽样偏差(sampling biases)的警示信号。

应用统计(APPLIED STATISTICS)

在很多真实世界的统计应用中, 研究整个总体(population)是不实际的或者是不可能的。在这种情况下, 应该去研究总体的一个子集 - 样本(sample)。根据样本, 可以估计总体的参数。

比如, 为了衡量美国股票市场的表现, 我们并不必去研究在股市上进行交易的所有股票(可能超过 10,000 支)的表现, 而是去研究 S&P500 指数的 500 支成分股票这个子集。这个样本的统计分析的结果, 可以用来对美国股票这个总体进行推断。

LOS 10.a: 定义简单随机抽样(simple random sampling), 抽样分布(sampling distribution),

LOS 10.b: 解释抽样误差(sampling error)

简单随机抽样(simple random sampling)

简单随机抽样(simple random sampling)是这样一种抽样方法: 总体中的每一个个体, 有相同的可能性被包括在一个样本中。作为简单随机抽样的一个例子, 考虑从 50 个物品中, 抽出包含 5 个物品的一个样本。这可以通过给这 50 个物品编号, 把号码放在一个帽子里面, 将帽子中的号码摇匀。然后, 从帽子里面随机的抽出一个号码。再重复这个过程四次, 总共抽出 5 个号码。那么, 这五个号码(或者说对应的物品)就是总体的一个简单随机样本。在类似的应用中, 经常使用随机数表(random-number table)和计算机随机生成器(computer random-number generator)产生随机数。

另一种形成适当随机样本的方式是系统抽样, 从总体中每 n 个中抽取一个。

抽样误差(sampling error)是样本统计量(例如样本的均值、方差、或者标准差)和相对应的总体参数(总体的真实均值、方差、或者标准差)之间的差别。例如, 均值的抽样误差的定义是:

$$\text{均值的抽样误差} = \text{样本均值} - \text{总体均值} = \bar{x} - \mu$$

抽样分布(sampling distribution)

我们需要认识到样本统计量(sample statistic)本身, 也是一个随机变量, 因此, 也有一个概率分布。样本统计量的抽样分布(sampling distribution)是从同一个总体中随机抽取的、样本大小相同的所有可能样本的样本统计量的概率分布。可以把抽样分布想象成一个基于很多很多样本的统计量的概率分布。

举例来说, 从一个主要地方债券指数(major municipal bond index)的 1,000 支成分债券中, 随机抽取 100 支债券, 然后计算这 100 支债券的平均回报。重复这个过程很多次, 会得到关于总体的平均回报的很多个不同的估计(每重复一次, 都会得到一个样本平均回报, 每个样本平均回报都是总体平均回报的一个估计)。这些对总体均值的估计, 也构成一个分布, 称为均值的抽样分布。

我们需要认识到, 抽样分布与总体即 1,000 支债券实际价格的分布是不同的, 也具有不同的参数。

LOS 10.c: 区分简单随机抽样(simple random sampling)和分层随机抽样(stratified random sampling)

分层随机抽样(Stratified random sampling)利用一个分类系统(classification system), 基于一个或者多个可分辨的特点(distinguishing characteristics), 将一个总体分成若干小组。对于每个小组(subgroup), 或者说每一层(stratum), 都抽取一个随机样本, 然后把这些抽取的样本综合起来得到最终样本。每一层抽取的样本量, 取决于每一层中个体数目相对于总体总的数目的多少。

在制定债券指数的时候, 由于完全模仿整个债券总体难度很大, 花费很多, 因此通常使用分层抽样。在这种情况下, 债券总体被根据主要的风险因素(例如久期 duration, 期限 maturity, 票息率 coupon rate 等等)分层。从每一层中抽取一些样本, 然后把它们合并起来, 成为一个最终的样本。

假设你想构建一个债券的投资组合, 该投资组合包含 100 支债券, 使用分层抽样的方法, 与主要地方债券指数(major municipal bond index)挂钩。首先, 该指数的所有 1000 支成分债券可以根据期限和票息率来分层, 然后, 可以根据期限与票息率的不同组合产生很多个子层(cells, or stratum), 并从每个期限/票息率组合子层中抽取样本。假设, 一个子层包含的是期限为 2-4 年, 票息率小于 5% 的债券, 总共有 50 支债券。那么, 从这个子层中, 应该随机抽取 5 支债券, 原因是, 每一个子层中抽取样本的大小, 应该等于这个子层占总体的权重, 乘以总体的大小, 即 $(50/1000) \times (100) = 5$ 支。这个过程对所有的期限/票息率组合子层重复进行, 然后把单独的样本进行合并, 就得到了 100 支债券的最终样本, 就是需要的投资组合。

通过使用分层抽样, 我们确保了每一个子层中, 都有 5 支债券被选取到。如果我们用简单随机抽

样，不能够保证每一个子层中，都恰好有 5 支债券被选取到 – 可能多于 5 支，可能少于 5 支，甚至 1 支都没有被选到。

LOS 10.d: 区分时间序列数据(time-series data)和横截面数据(cross-sectional data)

时间序列数据包含了一段时期之中，每隔相同的时间跨度得到的观测值。比如，从 1994 年 1 月到 2004 年 1 月，Microsoft 股票月度回报数据就是时间序列数据的一个例子。

横截面数据是在一个时间点上得到的观测样本。在 NASDAQ 上市的所有公司 2004 年 12 月 31 日报告的每股盈余(EPS)，就是横截面数据的一个例子。

时间序列数据和面板数据可以被放入同一个数据集合当中。纵向的数据是一段时期内同一个整体的多种性质的观测，比如失业、通货膨胀和一个国家 10 年内 GDP 的增长。面板数据包含了同一个整体在一段时间内的多元观测值，比如 20 个公司在最近 24 个季度内的债务-股权比例。面板数据和纵向数据通常以表格或者是电子数据表的形式存在。

LOS 10.e: 解释中心极限定理(central limit theorem)，并描述它的重要性。

中心极限定理：从一个均值为 μ 、方差为有限值 σ^2 的总体中，抽取一个大小为 n 的简单随机样本 (simple random samples of size n)，随着样本大小的增大，样本均值 \bar{x} 的抽样分布将趋向于一个

均值为 μ 、方差为 $\frac{\sigma^2}{n}$ 的正态分布。(样本大小，指的是一个样本中，包含的个体的数量)

中心极限定理非常重要，因为正态分布在假设检验和建立置信区间方面是相对容易的。利用中心极限定理，无论总体的分布如何，都可以通过样本均值推断总体均值，只要样本“足够大”。什么叫“足够大”呢？一般来说，样本大小超过 30，就可以算作足够大了。

中心极限定理的重要性质有：

- 如果样本大小 n 足够大($n \geq 30$)，则样本均值的抽样分布近似于正态分布。记住这里进行的过程，随机样本的大小 n 被重复性的从一个大的样本中取出。每个随机样本都有自己的均值，当然样本本身也是一个随机变量。样本均值的集合服从标准正态分布。

- 总体的均值 μ 与所有样本均值的分布的平均值是相同的。

- 样本均值分布的方差是 $\frac{\sigma^2}{n}$ ，等于总体方差除以样本大小

LOS 10.f: 计算、解释样本均值的标准误差(Calculate and interpret the standard error of the sample mean)

样本均值的标准误差(standard error of the sample mean)就是样本均值构成的分布的标准差(standard deviation of the distribution of sample means)。

当总体的标准差已知为 σ 时, 样本均值的标准误差如下计算

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

其中, $\sigma_{\bar{x}}$ = 样本均值的标准误差(standard error of the sample mean)

σ = 总体的标准差(standard deviation of the population)

n = 样本大小(size of the sample)

举例: 样本均值的标准误差(已知总体的方差)

爱荷华州农场工人的平均小时工资是\$13.50, 总体的标准差是\$2.90。计算、解释一个样本大小为30的样本的样本均值的标准误差。

答案:

因为总体的标准差 σ 已知, 样本均值的标准误差是:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\$2.90}{\sqrt{30}} = \$0.53$$

注意:在 TI BAII Plus 计算器上面, 开平方的按键是明显的。在 HP 12C 计算器上面, 30 的开平方如下计算:[30] [g][\sqrt{x}]

这表明, 如果我们把所有的样本大小为30的样本都从农场工人总体中取出来, 并且做出样本均值的抽样分布, 我们将得到\$13.50的均值, \$0.53的标准误差。

从实际上来说, 总体的标准差几乎是不可能知道的。此时, 样本均值的标准误差, 只有通过用样本的标准差, 去除以 \sqrt{n} 来估计样本均值的标准误差。

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

举例: 样本均值的标准误差(未知总体的方差)

假设一个样本包括 McCreary, Inc 过去30个月的月度回报。回报的均值是2%, 样本标准差是20%, 计算、解释样本均值的标准误差。

答案:

因为总体标准差未知, 样本均值的标准误差为

$$s_x = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{20\%}{\sqrt{30}} = 3.6\%$$

这表明，如果我们把所有的样本大小为 30 的 McCreary 公司月度回报都抽取出来，并且做出样本均值的抽样分布，我们将得到 2% 的均值，3.6% 的标准误差。

举例：样本均值的标准误差(未知总体的方差)

沿用刚才的例子。但是，现在假设样本的大小为 200，而不是刚才的 30。为了强调样本大小对样本标准误差的影响，我们假定在这个较大的样本情况下，回报的均值仍然是 2%，样本标准差仍然是 20%，计算包含 200 个回报数据的样本均值的标准误差。

答案：

样本均值的标准误差为

$$s_x = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{20\%}{\sqrt{200}} = 1.4\%$$

上面的两个例子，展示了抽样分布的一个重要特性。随着样本大小从 30 增加到 200，样本均值的标准误差从 3.6% 下降到 1.4%；这是由于随着样本大小的增大，样本均值的分布越来越集中于总体的均值，换句话说，总体均值与样本分布的均值越来越接近，样本均值的标准误差也越来越小。

注意：在使用 σ 和 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 时候会出现很多问题。记住许多组观测的标准差要小于一组观测值的标准差。如果每月股票收益率的标准差是 2%，那么下六个月股票收益的标准差是 $2\%/\sqrt{6} = 0.82\%$ ，几组随机变量的平均值偏离平均值就会小一些(有较低的标准差)，相比一组观测值而言。

LOS 10.g: 描述一个估计量(estimator)的理想性质(desirable statistical properties)

无论是点估计还是置信区间，一些估计量都因为具有一些统计的性质而优于其它的估计量。一个估计量的理想性质包括：无偏性(unbiasedness)，有效性(efficiency)，以及一致性(consistency)

- 一个无偏的估计量是指：这个估计量的期望值等于试图估计的参数的真实值。举例来说，样本均值的期望值，等于总体均值： $E(\bar{x}) = \mu$ ，因此样本均值是总体均值的无偏估计
- 如果一个无偏的估计量的抽样分布的方差，比所有估计同一个参数的其他无偏估计量的方差要小，这个估计量就是有效的。举例来说，样本均值是总体均值的无偏的、有效的估计量。
- 一致性是说，随着样本量的增大，对参数的估计的精确性不断增加。随着样本量的增大，样本均值的标准误差不断下降，而抽样分布也更加集中在总体均值附近。事实上，随着样本量趋向于无穷，样本均值的标准误差趋向于 0

LOS 10.h: 区分一个总体变量(population parameter)的点估计(point estimate)与区间估计(confidence interval estimate)的不同

点估计(point estimates)是用来估计总体参数的单一的值(single value estimates of population parameters)。用来计算点估计的公式称为估计量(estimator)。比如说, 样本均值 \bar{x} , 就是总体均值 μ 的估计量, 公式如下:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

对于一个给定的样本, 计算得到的值, 称为均值的点估计(point estimate of the mean) 置信区间为总体参数预期落入得区间。见后面 LOSj。

LOS 10.i: 描述学生 t-分布(Student's t-distribution)的特点; 计算、解释自由度(degrees of freedom)

学生 t 分布(Student's t-distribution), 或者简称为 t-分布, 是一个关于均值对称的钟形(bell-shaped)的概率分布。对于服从正态(或者近似正态)分布、且方差未知的总体, 在样本比较小($n < 30$)的时候, 需要用 t-分布来构建置信区间。对于不服从正态分布、且方差未知的总体, 在样本很大的时候, 利用中心极限定理, 抽样分布是近似正态的, 也可以用 z-分布来构建置信区间(当然用 t-分布更加精确)。

学生 t 分布有如下的性质:

- 分布是对称的
- 分布只有单一参数:自由度(degrees of freedom, df)。对于样本均值, 自由度等于观测值的数量 n 减去 1, 即样本容量 n 减去 1
- t 分布比正态分布要矮, 尾部的概率要大(即与正态分布相比, 有一个较“胖”的尾部)
- 随着自由度(或者样本量)增大, t-分布的形状趋向于正态分布

和正态分布比较, t-分布要更加平坦一些, 有一个较“胖”的尾部。随着自由度(或者样本量)增大, t-分布的形状趋向于正态分布。

之所以基于样本均值的自由度是 $n-1$ 而不是 n , 因为在给定均值的条件下, 只有 $n-1$ 个独立的观测值(即在已知均值, 以及 $n-1$ 个观测值的情况下, 第 n 个观测值的值已经确定了, 故不独立)

t-分布是对称的, 均值为 0。t-分布的形状由自由度决定, 而自由度取决于样本观测的个数。和正态分布比较, t-分布尾部比较宽, 比较矮。随着观测个数增加, 自由度增加, t-分布的图形也逐

渐变高，趋近于正态分布。由于 t-分布尾部比 z-分布宽，因此有更多的异常值，与 Z 分布相比，使用 t-分布进行假设检验要更加难以拒绝原假设一些。

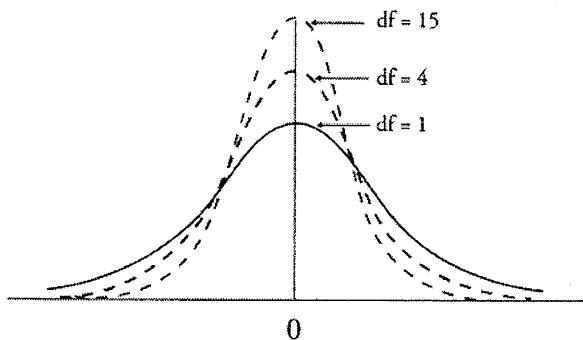
下面的图 1 展示了 t-分布的单尾检验，在不同自由度下面的临界值(显著性水平为 0.05 和 0.025)。注意和 z-分布不一样，t-分布值在表中，而概率在表的上方。单侧检验的 T-分布的置信度水平相当于图中单侧概率，显示在 t-分布表的上端。

从图 2 显示了不同自由度下 t-分布的形状，从中可以清晰地看到，随着自由度增加，t-分布的图形也逐渐变高，趋近于正态分布。更实际的说，自由度越大，更多比例的观测值出现在均值附近，出现在厚尾上的概率就小，所以尾部随着自由度变大会变得薄。这意味着服从 t-分布的随机变量的置信区间在给定的显著性水平下随着自由度增加会变宽。

图 1:临界 t-值(Critical t-Value)

df	One-Tailed Probabilities, p	
	$p = 0.05$	$p = 0.025$
5	2.015	2.571
10	1.812	2.228
15	1.753	2.131
20	1.725	2.086
25	1.708	2.060
30	1.697	2.042
40	1.684	2.021
50	1.676	2.009
60	1.671	2.000
70	1.667	1.994
80	1.664	1.990
90	1.662	1.987
100	1.660	1.984
120	1.658	1.980
∞	1.645	1.960

图 2:不同自由度的 t 分布(t-Distributions for Different Degrees of Freedom, df)



LOS 10j: 通过从一个正态分布的总体中抽样，计算、解释总体均值的置信区间。分三种情况讨论:1)已知总体的方差; 2)未知总体的方差; 3)未知方差, 但是样本足够大

置信区间(confidence interval): 给定一个概率 $1-\alpha$, 估计出的一个参数的真实值的区间。 α 被称为这个置信区间的置信水平(level of confidence), 而 $1-\alpha$ 称为置信度(degree of confidence)。比如说, 我们估计随机变量的总体均值以 95%的置信度, 或者在 5%的置信水平上, 介于 15 到 25 之间。

置信区间通常是通过在点估计上面加上或者减去一个适当的值来得到的。总的来说, 置信区间的形式是:

$$\text{点估计} \pm (\text{可靠性因子} \times \text{标准误差})$$

其中:

点估计(point estimate) = 总体变量的样本统计量的值

可靠性因子(reliability factor)=一个取决于点估计的抽样分布和点估计落入置信区间($1-\alpha$)的概率

标准误差(standard error) = 点估计的标准误差

如果总体符合正态分布, 且方差已知, 那么, 总体均值的置信区间是:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

其中: \bar{x} = 总体均值的点估计(即样本的均值)

$z_{\alpha/2}$ = 可靠性因子, 右边尾部概率为 $\alpha/2$ 的标准正态随机变量。换句话说, 这是使得分布右边尾部概率为 $\alpha/2$ 的 z-分(z-score):即 $P(Z > z_{\alpha/2} = \alpha/2)$, 其中 Z 符合标准正态分布

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 样本均值的标准误差(当总体标准差 σ 是已知的时候), 其中 n 是样本大小

最常用的标准正态分布的可靠性因子是:

90% 置信区间 $z_{\alpha/2} = 1.645$ (置信水平为 10%, 每一边为 5%)

95% 置信区间 $z_{\alpha/2} = 1.960$ (置信水平为 5%, 每一边为 2.5%)

99% 置信区间 $z_{\alpha/2} = 2.575$ (置信水平为 1%, 每一边为 0.5%)

这些数字看起来很面熟吧? 当然了, 在常见概率分布(Common probability distribution)一节中, 我们已经知道, 正态分布曲线介于 $z=-1.96$ 与 $z=+1.96$ 之间部分的概率就是 95%; 由于对称性, 曲线每一边(小于-1.96 或者大于+1.96)的概率都是 0.025, 加起来就是 0.05 – 这就是置信水平 0.05, 或者说 5%

举例: 置信区间

假设 36 个 CFA Level I 的考生参加了一个模拟考试。其中, 样本中考生平均成绩是 80。假设总体的标准差是 15, 构建、解释在 99% 的置信区间下, 36 个考生分数总体的均值。注意, 本例中标准差已知, 因此无须估计它。

答案:

置信度为 99%, $z_{\alpha/2} = z_{0.005} = 2.58$ 。因此, 99% 的置信区间可以如下计算:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 80 \pm 2.58 \frac{15}{\sqrt{36}} = 80 \pm 6.45$$

因此, 99% 的置信区间是从 73.55 到 86.45

置信区间可以从概率的角度(probabilistic perspective)和实际的角度(practical perspective)来解释:

以 CFA 考试结果为例, 这两个角度可以被解释如下:

1. 概率的角度: 对每周学习时间超过 10 小时的 CFA 考生进行重复的抽样(每次抽取 36 名), 让他们参加模拟考试, 并利用每个样本的分数均值建立一个置信区间, 那么长期来说, 这些置信区间有 99% 的概率包括总体的真实均值。
2. 实际的角度: 对于每周学习时间超过 10 小时的 CFA 考生, 在 99% 的置信度下, 模拟考试成绩的平均值介于 73.55 到 86.45 之间

总体正态分布、方差未知情况下总体均值的置信区间

如果总体符合正态分布, 且方差未知, 那么, 总体均值的置信区间是:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

其中: \bar{x} = 总体均值的点估计(即样本的均值)

$t_{\alpha/2}$ = n-1 个自由度的 t 分布随机变量对应的 t-可靠性因子(t 统计量或者临界 t-值), 其中 n 是样本的大小。 $t_{\alpha/2}$ 满足: t 分布图形之下, $t_{\alpha/2}$ 右边的面积是 $\alpha/2$ 。换句话说, $P(t > t_{\alpha/2} = \alpha/2)$, 其中 t 符合自由度为 n-1 的 t 分布

$\frac{s}{\sqrt{n}}$ = 样本均值的标准误差(当总体标准差是未知的时候), 其中 n 是样本大小

s = 样本的标准差

与标准正态分布不同, t 分布的可靠性因子的值与样本大小有关, 因此, 不存在与 t 的值一一对应的可靠性因子表格。t 分布的可靠性因子的值, 需要通过查 t-分布的表格得到。

由于 t 分布的尾部要“胖”一些，因此，通过 t 分布的可靠性因子 $t_{\alpha/2}$ 建立的置信区间，比通过标准正态分布的可靠性因子 $z_{\alpha/2}$ 建立的置信区间要保守一些(即区间要宽一些)。

举例:置信区间(Confidence Intervals)

回到 McCreary 公司的那个例子。我们取出了一个包括 McCreary, Inc 过去 30 个月的月度回报的样本。回报的均值是 2%，样本标准差是 20%；因为总体的方差未知，因此样本的标准误差等于：

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{20\%}{\sqrt{30}} = 3.6\%$$

下面，让我们来建立月度平均回报的 95%置信区间

答案：

因为总体方差未知，需要利用 t-可靠性因子。因为有 30 个观测(即样本大小为 30)，对应的自由度为 $29=30-1$ 。因为这是一个 95%置信度下双边的检验(two-tailed test)，因此，每一边尾部的概率是 $5\%/2=2.5\%=0.025$ ， $df=29$ ，因此 $t_{29,0.025}=2.045$ 。所以 95%置信区间为：

$$2\% \pm 2.045 \frac{20\%}{\sqrt{30}} = 2\% \pm 2.045(3.6\%) = 2\% \pm 7.4\%$$

所以，95%置信度的置信区间下界为-5.4%，上界为+9.4%

我们可以这样理解置信区间，我们有 95%的信心认为 McCreary 公司的月收益总体均值在-5.4%和+9.4%之间。

注意:你应该练习如何从表格中查找可信因素(t 值或者 t 统计量的临界值)。第一步是计算自由度，为(n-1)。第二步是找出合适的显著水平，即 α 值。这依赖于你所关注的测试是单尾(用 α)的还是双尾(用 $\alpha/2$)的。我们的复习中，总是用双尾的，因为置信区间有上限和下限之分，因此我们使用 $\alpha/2$ 。然后查找 $t_{29,0.025}$ ，找到第 29 行和 0.025 列，得到结果为 $t=2.045$ 。在假设检验的学习当中我们做的比这个还要更多。

总体为任意分布、方差未知、大样本情况下总体均值的置信区间(Confidence Intervals for a Population Mean when Variance is Unknown Given a Large Sample from Any Type of Distribution)

我们已经知道，在求总体均值的置信区间的时候，如果总体符合正态分布，且方差已知，那么就用 z 统计量；如果总体符合正态分布，且方差未知，那么就用 t 统计量。如果总体不符合正态分布，怎么求总体均值的置信区间呢？

在这种情况下，样本的大小决定了是否能够建立总体均值的置信区间。

- 如果分布不是正态的，但是总体的方差已知，那么在大样本($n \geq 30$)的情况下，可以使用 z 统计量。之所以可以这样做，因为根据中心极限定理，在样本很大的情况下，样本均值的分布近似

是正态的。

- 如果分布不是正态的，但是总体的方差未知，那么在大样本($n \geq 30$)的情况下，可以使用 t 统计量。在这种情况下，使用 z-统计量也是可以接受的，但是使用 t-统计量更加保守一些。

以上的结论说明了，如果我们从一个非正态的总体中取样，在样本大小小于 30 的情况下，是无法建立置信区间的。因此，其它条件不变的情况下，确保你样本中至少包含 30 个个体，而且越大越好。

图 3 总结了上面的讨论下面这张表格，建议记住。

图 3:选择检验统计量的标准(Criteria for Selecting the Appropriate Test Statistic)

从下面的总体中抽样:	检验统计量	
	小样本($n < 30$)	大样本($n \geq 30$)
总体服从正态分布，方差已知	z-统计量	z-统计量
总体服从正态分布，方差未知	t-统计量	t-统计量*
总体不服从正态分布，方差已知	不存在	z-统计量
总体不服从正态分布，方差未知	不存在	t-统计量*

*理论上，使用 z-统计量也是可以接受的，但是使用 t-统计量更加保守一些。

上面所有的分析，都基于一个前提:即随机抽样(样本是随机的)。如果抽样不是随机的，那么中心极限定理并不适用，我们的估计不会有一些理想的性质，我们也无法得到无偏的置信区间。然而，建立一个随机的样本，比我们想象的要难得多。抽样方法的很多错误，都可能使结果有偏。金融研究方面，历史的数据很充分，但是通过实验来建立新的样本数据很受限制，因此在金融研究方面这些偏差会带来很多问题，

LOS 10.k: 讨论选择合适的样本量(selection of appropriate sample size); 数据挖掘偏差(date-mining bias), 样本选择偏差(sample selection bias), 生存偏差(survivorship bias), 前视偏差(look-ahead bias), 时间段偏差(time-period bias):

合适的样本量(Appropriate sample size)

我们已经知道，大的样本能够降低抽样误差(sampling error)和样本统计量离总体真实值的标准差。样本越大，置信区间越窄(因此也越精确)，总体参数的点估计的标准误差也较小。

然而，“越大越好”有两个局限。一个问题是，一个很大的样本，可能含有来自另一个总体的观测值。如果我们包括进了来自另一个总体的观测值，而另一个总体一般会具有不同的参数，这样增加样本量并不能提高精确性甚至可能会降低总体参数估计的精确度。另外一个问题是成本。我们必须考虑增加样本大小带来的精确度的提高，与大样本带来的成本的提高的得失关系，确定合适的样本量大小，并不是“越大越好”。

数据挖掘偏差(Data-mining bias) 样本选择偏差(Sample Selection Bias) 生存偏差(Survivorship bias) 前视偏差(Look-ahead bias) 时间段偏差(Time-period bias)

当分析员不停的用同一个数据库反复进行分析,寻找可能的规律(patterns)或者交易规则(trading rules),直到发现一个“存在”的规律的时候,就会出现**数据挖掘**。比如说,实证研究中有证据表明,价值型股票(value stocks)的表现似乎比成长型股票(growth stocks)的表现要好。而一些研究者则认为,这个规律是数据挖掘的产物。因为历史股票回报的数据集是很有限的,因此很难知道,价值型股票与成长型股票回报之间的差别到底是真实的经济现象,还是在反复寻找数据中可能存在的规律之后发现的一个偶然巧合?

数据挖掘偏差(Data-mining bias)指:由于结果是通过数据挖掘发现的,因此一个规律的统计显著性被夸大了。

当看到关于有利可图的交易规则的研究结果的时候,确保你注意含有数据挖掘的警示信号:

1. 很多变量被检验,但是很多都没有被报告,直到显著的变量被发现
2. 缺乏与实证结果一致的经济理论

避免数据挖掘最好的方法是,在检验这个有利可图的交易法则的时候,使用一个与发现该规律的数据集不同的数据集(即用样本以外的数据)。

当一些数据,被系统性地排除在分析之外(通常由于这些数据无法获取)的时候,就会出现样本选择偏差。这个偏差的存在,使得观测的样本并不是随机的,而从这个样本中得到的任何结论也不能被应用到整体上,因为观测到的部分和总体中不能被观测到的部分可能是不同的。

生存偏差是最常见的一种偏差。一个例子是研究共同基金的表现时存在的生存偏差。多数的共同基金数据库,比如说晨星 Morningstar®的数据库,仅仅包括了目前还存在的共同基金 – 这些幸存者,而没有包括进去由于关闭、兼并而消失了的基金。

如果幸存的基金,与消失了的基金的特性是一样的话,这并不是一个问题,而从还存在的共同基金(即幸存的基金)中抽取的样本,也可以看成是从共同基金这个总体中随机抽取的样本。然而,有证据表明,消失了的基金的回报要低于目前还存在的基金的回报,这直观上也容易理解,表现不好的基金在竞争中被淘汰。因此,从目前还存在的基金中取出的样本,实际上会高估基金总体的平均回报。避免出现生存偏差的方法是,包括所有的基金,不把消失了的基金从样本中去掉。

在检验变量关系的时候,如果使用了在检验时间点时不可得到的样本数据,就会出现前视偏差。比如,考虑检验基于年末市净率(Price-to-book ratio)的交易规则。对于所有的公司,年末的股价的数据是可以得到的,但是年末的帐面价值(book value)的数据通常要在一个财政年度结束后30-60天之后才能够得到。为了解决这个偏差,有的研究使用年末的帐面价值和2个月后的市场价值。

如果采集到的数据对应的时间段太长或者太短，都可能出现时间段偏差。如果时间段太短，研究的结果可能反映的是这一小段时间内一个特殊的现象，甚至是数据挖掘的结果。如果时间段太长，结果背后的基本经济关系可能发生了变化。

举例来说，研究结果可能显示，在 1980-1985 这个时间段里面，小盘股的表现优于大盘股。这个可能就是时间段太小带来的时间段偏差的结果。我们无法知道，这个关系在日后仍然将继续，抑或这个关系只是一个孤立的偶然发生的现象？

然而，一个使用 1940-2000 年数据研究通货膨胀与失业率之间的关系(即 Phillips 曲线)的研究，也可能含有时间段偏差 – 研究的时间段太长了，并包括了通货膨胀与失业率之间的关系发生重大改变的 80 年代。在这种情况下，数据应该被分成两个子样本(subsamples)，一个子样本包括发生改变之前的数据，另一个子样本包括发生改变之后的数据。

关键概念

Los 10.a

简单随机抽样(simple random sampling)是这样一种抽样方法:总体中的每一个个体,有相同的可能性被包括在一个样本中

抽样误差(sampling error)是样本统计量(sample statistic)和相对应的总体参数(population parameter)之间的差别,(例如样本均值减去总体均值)

样本统计量的抽样分布(sampling distribution)是从同一个总体中随机抽取的、样本大小相同的所有可能样本的样本统计量的概率分布。

Los 10.b

分层随机抽样(Stratified random sampling)基于一个或者多个可分辨的特点(distinguishing characteristics),将一个总体分成若干小组。因此样本同总体在这些性质上的分布相同。

Los 10.c

时间序列数据包含了一段时期之中,每隔相同的时间跨度得到的观测值,而横截面数据是在一个时间点上得到的观测样本。

Los 10.d

中心极限定理:从一个均值为 μ 、方差为有限值 σ^2 总体中,所有样本大小为 n 的样本的均值的抽样分布将近似于一个均值为 μ 、方差为 σ^2/n 的正态分布。

Los 10.e

样本均值的标准误差(standard error of the sample mean)就是样本均值构成的分布的标准差(standard deviation of the distribution of sample means)。样本均值的标准误差计算如下:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \text{ 当总体的标准差已知为 } \sigma \text{ 时}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ 当总体的标准差未知的时候,用这个公式。}(s \text{ 是样本的标准差})$$

Los 10.f

点估计(point estimates)是用来估计总体参数的单一的值(single value estimates of population parameters)。置信区间(confidence interval)是给定一个概率,估计出的总体参数的真实值的区间。

Los 10.g

一个估计量的理想性质包括:无偏性(unbiasedness)估计随机误差,有效性(efficiency)比其他的无偏估计的样本误差更小,以及一致性(consistency)随着样本数目的增加,样本偏差减小。

Los 10.h

参数的置信区间是基于特定的置信度的点估计加上或者减去一定数量的(样本偏差的)标准差

Los 10.i

t 分布的形状与正态分布形状相似,但不完全相同。t-分布被单一参数自由度(degrees of freedom, df)决定, t 分布比正态分布要矮,尾部的概率要大(即与正态分布相比,有一个较“胖”的尾部)

t-分布的自由度等于观测值的数量 n 减去 1; 随着自由度(df)增大, t-分布的形状趋向于正态分布, 而自由度较大时置信区间也更窄(更精确)

Los 10.j

当总体方差未知的时候, 使用 t 分布来构建总体均值的置信区间。总体均值 μ 的 $(1-\alpha)$ 置信区间

$$\text{是: } \bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

在下列情况下使用 t 分布

- 总体符合正态分布, 但方差未知(无论样本大小)
- 总体不符合正态分布, 方差未知, 但是样本大($n \geq 30$)

当总体方差未知的时候, 使用 z 分布来构建总体均值的置信区间。总体均值 μ 的 $(1-\alpha)$ 置信区间

$$\text{是: } \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Los 10.k

增加样本的数量会改进对于参数的估计并缩小置信区间。更多数据的成本必须与收益相权衡, 加入不由同一个分布产生的数据也不并不能增加精确性或者缩小置信区间。

在下列情况下使用 z 分布

抽样方法的很多潜在的错误, 都可能使结果有偏。这些偏差包括: 数据挖掘偏差(date-mining bias), 样本选择偏差(sample selection bias), 生存偏差(survivorship bias), 前视偏差(look-ahead bias), 时间段偏差(time-period bias)

Session 3

LOS 11 假设检验

考试要点

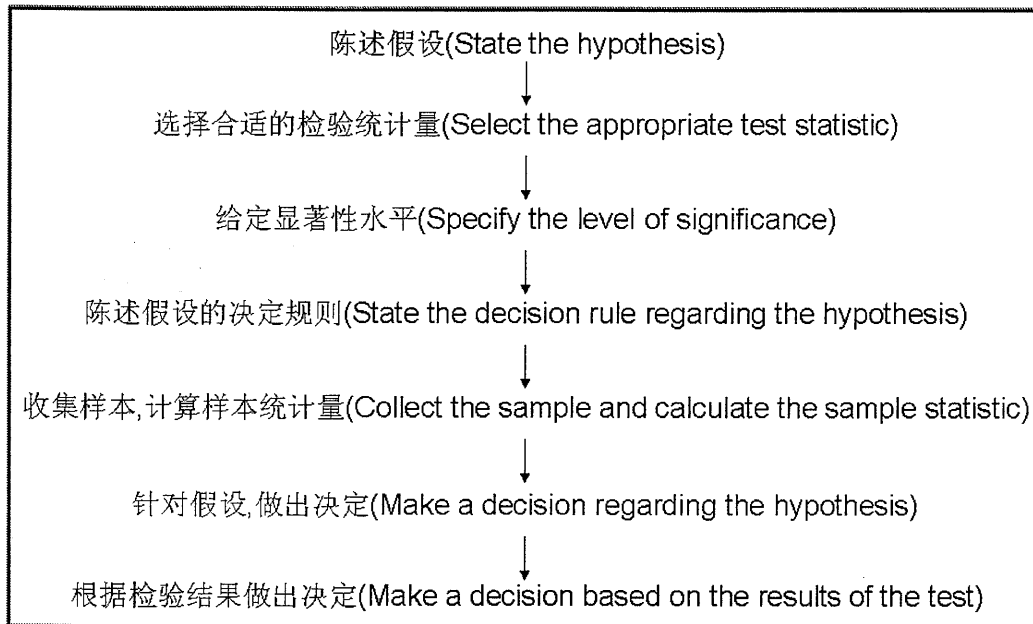
这一节总结了常见的假设检验的步骤。这些步骤是用来建立关于总体均值(population means)、总体方差(population variances)、均值的差别(differences in means)、方差的差别(differences in variances)、以及平均的差别(mean differences)的假设检验的。具体的检验包括:z-检验, t-检验, 卡方检验(Chi-square test), 以及 F-检验。你需要明白, 何时、如何使用这些检验。你应该能够在没有给出任何公式的情况下, 完成均值的假设检验。这一节还总结了置信区间(confidence intervals)、显著性水平(level of significance), 检验效能(power of a test), 假设检验错误的类型(types of hypothesis testing errors)等。考生不用记住本节最后那些关于检验均值和方差差别的很复杂的公式, 只要能够解释这些统计量就可以了。

LOS 11.a: 定义一个假设(hypothesis), 描述假设检验的步骤(steps of hypothesis testing); 定义、解释原假设(null hypothesis)和备择假设(alternative hypothesis); 讨论如何选择原假设(null hypothesis)和备择假设(alternative hypothesis);

一个假设(hypothesis)是关于总体参数的值的一个陈述, 为的是检验一个理论或者想法。假设陈述了将要被检验的总体参数, 比如总体均值 μ 。比如说, 一个研究者对股票期权每日回报感兴趣。因此, 可能的假设就是股票期权的投资组合的每日平均回报大于 0。

假设检验的步骤(hypothesis testing procedures)基于样本统计量和概率理论。假设检验的结果, 决定了一个假设是合理的(因此不应该被拒绝); 或者一个假设是不合理的(因此应该被拒绝)。假设检验的步骤如下面图 1 所示:

图 1:假设检验的步骤



(来源:Wayne W. Daniel and James C. Terrell, *Business Statistics, Basic Concepts and Methodology*, Houghton Mifflin, Boston, 1997)

注意:你应该了解该过程。

原假设和备择假设(Null Hypothesis and Alternative Hypothesis)

原假设(null hypothesis) H_0 , 是研究者希望拒绝的假设, 也是被检验的假设, 以及检验统计量选择的基础。原假设通常是关于总体变量的一个陈述。例如, 对于总体均值来说, 通常的陈述有: $H_0: \mu = \mu_0$; $H_0: \mu \leq \mu_0$; 以及 $H_0: \mu \geq \mu_0$; 其中 μ 是总体均值, 而 μ_0 是总体均值的假设值。原假设中, 通常包括“等于”号。

备择假设(alternative hypothesis) H_a , 是当有足够证据拒绝原假设时得到的结论。备择假设通常就是你正在评估的原假设的对立面。在统计中, 你永远不可能证明一个假设是对的, 只能证明一个假设是不成立的; 因此, 当证明了原假设是不成立的时候, 那么就意味着备择假设是成立的。备择假设总是研究者希望得到的结论。

LOS 11.b: 分清单尾(one-tailed)和双尾(two-tailed)假设检验

单尾和双尾假设检验(One-Tailed and Two-Tailed Tests of Hypothesis)

备择假设可以是单尾(one-tailed, 或者说 one-sided)或双尾的(two-tailed, 或者说 two-sided)。一个检验, 究竟是单尾的还是双尾的, 取决于研究者希望检验的结果。如果研究者希望检验的是“股票期权平均收益大于 0”这个结论, 就应该用单尾检验; 如果研究者希望检验的是“股票期权平均收益不为 0”这个结论, 就应该用双尾检验。双尾检验下, 允许真实值在假设值上下两边变动。在实际中, 多数的假设检验是按照双尾检验构建的。

双尾检验

关于总体均值的双尾检验可以如下构建:

$H_0: \mu = \mu_0$ 对 $H_a: \mu \neq \mu_0$;

因为备择假设允许在假设值上下两边的变动, 因此双尾检验需要引入两个临界值(critical value)

双尾检验的决策法则:

如果下列条件成立, 则拒绝原假设 H_0

检验统计量(test statistic) > 上临界值(upper critical value), 或者

检验统计量(test statistic) < 下临界值(lower critical value)

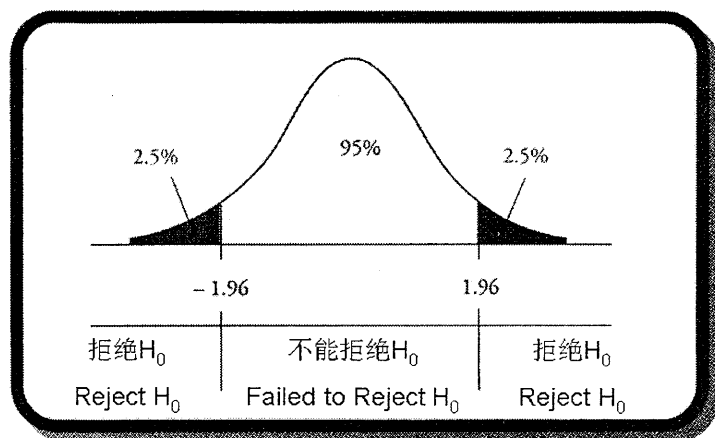
下面, 让我们看一下在 5%显著性水平下($\alpha=0.05$), 利用 z 分布检验统计量(z-检验)来进行双尾检验的决策法则。

1. 在 $\alpha=0.05$ 显著性水平下, 用计算出来的检验统计量(test statistic)与临界值 ± 1.96 相比较。之所以选择 ± 1.96 , 是因为 $\pm z_{\alpha/2} = \pm z_{0.025} = \pm 1.96$, z 值有 95%的概率落在这个区间中。这些值(± 1.96)是从标准正态分布的累积概率表(z-表)中得到的。
2. 如果计算出来的检验统计量处在临界值 ± 1.96 范围之外(即检验统计量 > 1.96 , 或者检验统计量 < -1.96), 则我们拒绝原假设, 得出样本统计量与假设值有足够差别的结论。
3. 如果计算出来的检验统计量处在临界值 ± 1.96 范围之内, 我们得出样本统计量与假设值没有足够差别的结论, 因此不能够拒绝原假设。

因此, $\alpha=0.05$ 下, 双尾检验的决策法则是:

检验统计量 < -1.96 或者检验统计量 > 1.96 , 就拒绝原假设。

图 2 在标准正态分布图上面, 展示了利用 z-分布进行双尾假设检验。注意 0.05 的显著性水平, 表示在小于-1.96 和大于+1.96 的两个尾部, 每个尾部的概率是 $0.05/2=0.025$



举例: 双尾检验(Two-tailed test)

回到最开始的股票期权的例子。有一个投资者收集了一个很大的看涨期权(call option)的投资组合的日回报数据。样本投资组合在 250 天内的平均日回报为 0.1%, 样本回报的标准差是 0.25%。在 5%的显著性水平下, 检验期权平均回报不为 0 的假设。

答案:

首先，给出原假设和备择假设

$H_0: \mu=0$ 对(versus) $H_a: \mu \neq 0$;

在 5% 的显著性水平下，双尾检验的临界值 z 值是 ± 1.96 。因此，决策规则为：

检验统计量 < -1.96 或者检验统计量 > 1.96 ，就拒绝原假设

我们的检验统计量为：

$$\frac{0.001}{\left(\frac{0.0025}{\sqrt{250}}\right)} = \frac{0.001}{0.000158} = 6.33$$

因为 $6.33 > 1.96$ ，因此拒绝原假设(股票期权收益为 0 的假设)。注意，当我们拒绝掉这个原假设的时候，我们得出了股票期权收益与假设值 0 显著不同这个结论，而这个结果是在考虑了样本的波动性之后做出的，并不是因为抽样误差导致的：即给定样本的方差和样本大小的条件下，0.001 的样本均值与 0 是显著不同的。

对于总体均值的单尾假设检验，原假设和备择假设分别是

上尾部(Upper tail): $H_0: \mu \leq \mu_0$ 对 $H_a: \mu > \mu_0$ ，或者

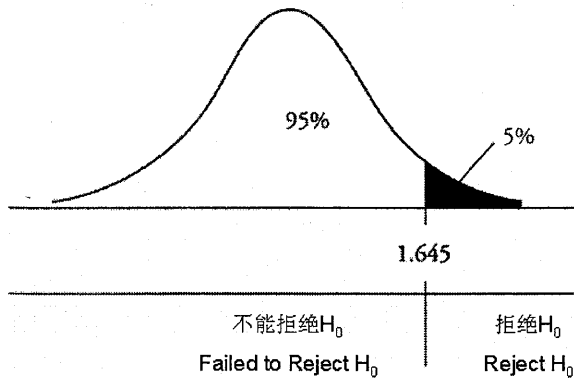
下尾部(Lower tail): $H_0: \mu \geq \mu_0$ 对 $H_a: \mu < \mu_0$

究竟选用哪个原假设/备择假设，取决于我们对总体均值 μ 的认识。如果我们认为 $\mu > \mu_0$ ，则选用上尾部的假设，否则，则选用下尾部的假设。在 5% 的显著性水平下，使用 z -检验，将计算出来的检验统计量与临界值 ± 1.645 之间进行比较。临界统计量可以从 z -表中得到： $-z_{0.05} = -1.645$ ，对应的是 5% 的累积概率； $z_{0.05} = 1.645$ ，对应的是 $(1-5\%)=95\%$ 的累积概率。

下面，以上尾部(Upper tail)的假设检验 $H_0: \mu \leq \mu_0$ 对 $H_a: \mu > \mu_0$ 为例

- 如果计算出来的检验统计量比 1.645 大，那么我们得出结论：样本统计量(sample statistic)比假设值(hypothesized value)足够大。也就是说，我们拒绝了原假设。
- 如果计算出来的检验统计量比 1.645 小，那么我们得出结论：样本统计量(sample statistic)不比假设值(hypothesized value)足够大。也就是说，我们不拒绝原假设。

图 3 在标准正态分布图上展示了单尾检验(上尾部)的拒绝区域(rejection region)。显著性水平选取 5%



举例: 单尾检验(One-tailed test)

对于我们之前的股票期权回报数据, 检验“回报率为正数”这个假设。

答案:

我们用如下的结构进行单尾检验

$H_0: \mu \leq 0$; $H_a: \mu > 0$;

在 $z_{0.05}=1.645$, 5%的显著性水平下, 单尾检验的临界值 z 值是 1.645。因此, 决策规则为
检验统计量 > 1.645 , 就拒绝原假设

检验统计量的计算, 与是单尾检验还是双尾检验无关, 在前例中, 我们计算得到的样本股权收益为 6.33 因此结果也一样:

$$\frac{0.001}{\left(\frac{0.0025}{\sqrt{250}}\right)} = \frac{0.001}{0.000158} = 6.33$$

因为 $6.33 > 1.645$, 因此拒绝原假设(股票期权收益不超过 0 的假设)。所以, 在 5%的显著水平下, 我们得出结论, 期权收益大于 0

选择原假设和备择假设(The Choice of the Null and Alternative Hypotheses)

最常见的原假设是“等于”假设, 与之对应的备择假设是“不等于”, 需要的假设检验是双尾检验。备择假设总是我们希望去证明的结论。当原假设为系数为 0 时, 我们希望能够拒绝原假设, 并显示出关系的显著性。

当原假设是“小于或者等于”假设时, 与之对应的备择假设是“大于”, 此时需要的假设检验是单尾检验。比如, 如果我们希望证明某投资回报率大于无风险利率, 就需要用这样的假设。我们如果拒绝了原假设, 就可以证明, 备择假设(也是我们希望得到的结论)是成立的。

LOS 11.c: 定义、解释一个检验统计量(test statistic), 第一类和第二类错误(Type I and Type II error), 以及置信水平(confidence level), 解释置信水平在假设检验中的作用

假设检验包括两个重要统计量: 从样本数据中计算出来的检验统计量, 以及检验统计量的临界值

(critical value)。将计算出的检验统计量与临界值比较，是假设检验中的重要一步。

检验统计量是通过比较总体参数的点估计值和假设的参数值(例如原假设中的具体参数值)计算得到的。用我们的股权收益的例子，这意味着我们对于样本均值(如 $\bar{X}=0.001$)和假设的平均收益(如 $u_0 = 0$)之间的差非常关注。正如下面表示的，检验统计量是样本统计量和假设值之间的差，以样本统计量的标准差为限度。

$$\text{检验统计量} = \frac{\text{样本统计量(sample statistic)} - \text{假设值(hypothesized value)}}{\text{样本统计量的标准误差(Standard error of the sample statistic)}}$$

样本统计量的标准误差，是样本标准差调整得到的。以样本统计量是样本均值 \bar{X} 为例，对于样本大小为 n 的一个样本：

当总体标准差已知的时候，样本统计量的标准误差计算如下： $\sigma_{\bar{X}} = \sigma / \sqrt{n}$

当总体标准差未知的时候，样本统计量的标准误差计算如下： $s_{\bar{X}} = s / \sqrt{n}$

注意：不要混淆这里的概念。你遇到的很多讲义上面仅仅使用 $\sigma_{\bar{X}}$ 来代表检验统计量的标准差，而在计算中不考虑是否使用了总体标准差和样本标准差。

可以看出，检验统计量实际上是基于样本和总体特性的一个随机变量。在这一节中，我们将讨论服从下面给出的 4 种分布的检验统计量。标准正态分布(z-分布)，学生 t 分布，卡方(chi-square)分布以及 F-分布(F 检验)。恰当的检验统计量的临界值-计算所得到的值与其相比较的值-是其分布的函数。

第一类错误和第二类错误(Type I and Type II Errors)

记住，假设检验，是根据从样本中计算出的统计量来对一个给定的总体的参数进行判断。然而，样本不一定能代表总体，因此，基于样本的判断也可能出现错误。

当用假设检验来做推断的时候，可能出现两种错误

- 第一类错误，当原假设为真的时候，拒绝了原假设。
- 第二类错误，当原假设为假的时候，没有能够拒绝原假设

检验的显著性水平(significance level)是犯第一类错误的概率(当原假设为真的时候，拒绝了原假设)，一般用希腊字母 α 来表示，比如， α 选 0.05 时候表示有 5% 的概率拒绝一个正确的原假设。当进行假设检验的时候，必须选取一个显著性水平。以确定在 5% 的显著水平上，评价检验统计量的临界值。

LOS 11.d: 定义、解释决策法则(decision rule), 检验效能(power of a test), 解释置信区间与假设检验的关系(relation between confidence intervals and hypothesis tests)

决策法则(Decision Rule)

一个假设检验的决策只有两种:拒绝原假设, 或者不能拒绝原假设。注意, 统计上我们不能说“接受”原假设, 只能说“不能拒绝”。决策法则接受或者拒绝原假设的决策法则是基于检验统计量的分布的。比如说, 如果检验统计量符合正态分布, 那么, 决策法则就是基于正态分布的一些临界值的。无论何种分布, 必须在决定一个决策法则之前, 确定是单尾检验还是双尾检验。

一个决策法则必须是具体的、量化的。在我们确定是单尾检验还是双尾检验、确定需要的显著性水平、确定检验统计量的分布之后, 我们就可以计算出这个检验统计量对应的临界值。然后, 我们就可以制定出决策法则:当计算出来的检验统计量大于(或者小于)临界值的时候, 就拒绝原假设。

检验的效能(Power of a Test)

我们已经知道, 检验的显著性水平是当原假设为真的时候, 拒绝了原假设的概率, 而检验的效能就是当原假设非真的时候, 拒绝掉原假设的概率。检验的效能, 实际上等于 1 减去第二类错误发生的概率。换句话说, 当原假设非真的时候(正确地)拒绝掉原假设的概率, 等于 1 减去当原假设非真的时候(错误地)没有拒绝原假设的概率。当有多于一个检验统计量可以使用的时候, 可以通过比较不同检验统计量的效能来决定使用哪个统计量。一般来说, 我们希望使用效能最大的检验统计量。

图 4 展示了显著性水平，检验的效能，以及两类错误的关系。

决定 (Decision)	真实情况	
	Ho 是成立的(Ho is True)	Ho 是不成立的(Ho is false)
不拒绝 Ho (Do not reject Ho)	正确的决定(Correct Decision)	错误的决定(Incorrect Decision) 第二类错误(Type II Error)
拒绝 Ho (Reject Ho)	错误的决定(Incorrect Decision) 第一类错误(Type I Error) 显著水平 α (Significance Level, α) =P(第一类错误)	正确的决定(Correct Decision) 检验效能(Power of the test) =1-P(第二类错误)

样本数量和显著性水平的选择(犯第一类错误的概率)共同决定了犯第二类错误的概率。关系并不简单，但是实际计算第二类错误的概率非常困难。将显著性水平(第一类错误的概率)从 5%降到 2%，将会增加没有拒绝错误假设的概率(第二类错误的概率)，从而降低了检验的效能。相反，对于给定的样本数，我们只有增加拒绝正确假设(第一类错误)的可能行才能提高检验的效率。对于给定的显著性水平，只有增加样本数量，才能降低第二类错误的概率提高决策效能。

置信区间与假设检验的关系(Relation Between Confidence Intervals and Hypothesis Tests)

置信区间是这样的一个区间:研究者相信，总体变量的真实值很大可能会落在这个区间里面。

一个置信区间可以如下构建:

$$\text{检验统计量} - \text{临界值} \times \text{标准误差} \leq \text{总体变量} \leq \text{检验统计量} + \text{临界值} \times \text{标准误差}$$

对于置信区间的解释是:对于 95%的置信区间，使得真实的总体参数包含在区间内的概率为 95%从表达式可以看出，置信区间与假设检验通过临界值联系起来。例如，95%的置信区间，使用的 5%显著性水平对应的临界值。相似的，假设检验在 5%显著性水平，比较检验统计量与临界值的大小。为了更清楚地看一下它们的关系，可以把置信区间写成下面形式:

$$- \text{临界值} \leq \text{检验统计量} \leq + \text{临界值}$$

这就是一个在给定的置信度水平下，对一个双尾检验，不能拒绝原假设的区域。

举例: 置信区间(Confidence interval)

还是使用期权的例子，在 250 天的样本期限内，构建总体均值 95%的置信区间。使用 z-分布。确定 $\mu=0$ 的假设是否应该被拒绝。

答案:

样本大小 250，标准差为 0.25 情况下，标准误差是:

$$s_{\bar{x}} = s / \sqrt{n} = 0.0025 / \sqrt{250} = 0.000158 = 0.0158\%$$

在 5%的显著性水平下面，置信区间的临界值是 $z_{0.025}=1.96$ ，以及 $-z_{0.025}=-1.96$ 。因此，在样本均值为 0.1%的情况下，总体均值 95%的置信区间是

$0.1 - 1.96(0.0158) < \mu < 0.1 + 1.96(0.0158)$, 即

$0.069\% \leq \mu \leq 0.1310\%$

因为总体均值以 95% 的概率在这个区间里面, 而 0 并不在这个区间里面, 所以我们拒绝 $\mu=0$ 的假设。

注意本假设同我们检验 $\mu = 0$ 的假设之间的相似性。我们拒绝 $\mu = 0$ 的假设, 因为样本均值是 0.1%, 比 0 多了 1.96 个标准差。基于 95% 的置信区间, 我们拒绝 $\mu = 0$ 的假设, 因为 0 并非出于样本均值 0.1% 的 1.96 个标准差之内。

LOS 11.e 区分统计结果和有经济含意的结果。

统计显著性并不意味着经济上的显著性。例如, 也许我们已经根据一定的原则检验了一个买进所有股票的原假设, 卖出了所有那些不满足该原则的股票。这导致在 20 年时间内少于或者是等于 0 的收益。假设我们拒绝了原假设, 接受了备则假设, 策略的收益大于 0(为正), 这不意味着投资于该策略将导致有经济意义的正收益。需要考虑很多的因素。

一个重要的考虑因素是交易成本。一旦我们考虑到了买卖有价证券的成本, 我们可能发现策略的平均正收益并不足以产生争得收益。税收是另外一个可能使得看起来不错的收益变差的因素。导致统计上显著的结果在经济上不显著的第三个原因是风险。在上面的策略中, 我们有短期的额外风险。(在检验策略中, 他们可能被迫提前关闭)。由于统计显著的结果是 20 年期间的, 即使均值收益大于 0, 年与年之间策略收益可能有显著的差异。期与期之间收益的偏差是策略的额外风险, 也是我们的统计检验没有考虑到的问题。

这些因素中的任何一个都将会使得执行一个投资策略可能没有那么有吸引力, 即使正收益的统计显著性非常的显著。由统计检验的本质, 大样本可以导致小样本绝对期限上的结果在统计上非常的显著。

LOS 11.f: 解释假设检验中的 p-值。

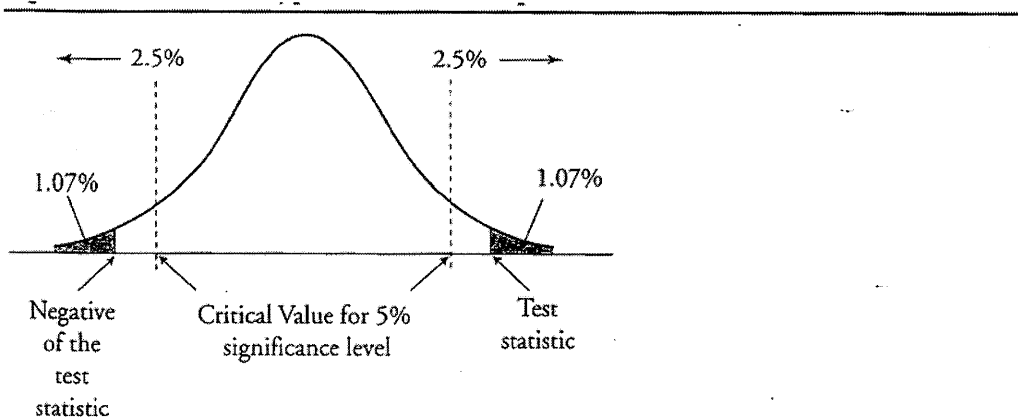
p-值(p-value)

p-值是假设原假设为真, 得到的临界值能够拒绝原假设的概率。能够拒绝掉原假设的最小的显著性水平(显著性水平越小, 就越难拒绝原假设)。对于单尾检验, p-值是大于计算出来的检验统计量(上尾部情况下)的概率, 或者是小于计算出来的检验统计量(下尾部情况下)的概率。对于双尾检验, p-值是大于计算出来的正的检验统计量, 加上小于计算出来的负的检验统计量的概率。

考虑一个双尾假设检验, 在 95% 的置信水平上, 对于随机变量均值得双尾假设检验值为 2.3, 比临界值 1.96 大很多。如果我们查 Z 标, 我们将得到大于 2.3 的概率为 $(1-0.9893)=1.07\%$ 。因此这是一个双尾检验, 我们的 p 值为 $2*1.07=2.14\%$ 具体结果如图 5 所示。在 3%, 4%, 或者是 5% 的显著水平上, 我们将拒绝原假设, 但是在 2% 或者 1% 的显著水平上, 我们不能拒绝原假设。很

多研究人员报错了 p 值却并不指定具体的显著水平，允许读者潘多拒绝的证据有多强。

图 5:p 值为 2.14% 的双尾检验



LOS 11.g: 当总体符合正态分布或者近似正态分布，并且方差 1) 已知或者 2) 未知情况下检验总体均值时，选择合适的检验统计量，并解释结果。

在进行假设检验的时候，临界值的选择(t-分布, z-分布)取决于样本大小、总体的分布、以及总体均值是否已知

t-检验(The t-Test)

t-检验是一种常见的假设检验，使用的检验统计量服从 t-分布。下面是假设检验中使用 t-检验的规则：

当总体的均值未知，并且下面两个条件中任意一条成立，则使用 t-检验：

- 样本大($n \geq 30$)
- 样本虽然小($n < 30$)，但是总体的分布是正态的或者是近似正态的

如果样本很小，而且分布非正态，那么我们无法得到可靠的统计检验。

根据 t-分布计算出来的检验统计量被称为 t-统计量(t-statistic)。对于总体均值的假设检验， $n-1$

个自由度的 t-统计量如下计算：
$$t_{n-1} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

其中， \bar{x} =样本均值； μ_0 =总体均值的假设值；s=样本的标准差；n=样本大小。

注意;这种计算并不是新东西。这正是我们一直以来进行的统计检验计算。注意在分母的标准差中，使用样本标准差。

在进行 t-检验的时候，用计算出来的 t-统计量，和给定的显著性水平下、合适的自由度对应的临界值 t-值进行比较即可。

在真实的世界中，总体所暗含的方差几乎是不可知的，因此 t 检验应用的非常广泛。

z-检验(The z-Test)

假设检验时，当总体符合正态分布，且方差已知的时候，应该使用 z-检验。z-检验对应的检验统计量被称为 z-统计量(z-statistic)。总体均值的假设检验的 z-统计量如下计算：

$$z - statistic = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

其中， \bar{x} = 样本均值； μ_0 = 总体均值的假设值； σ = 总体的标准差； n = 样本大小。

在进行 z-检验的时候，用计算出来的 z-统计量，和给定的显著性水平下对应的临界 z-值进行比较即可。常见显著性水平下，临界 z-值在下面的图 6 中列出，你现在就应该记住它们了：

图 6:临界 z-值(Critical z-Values)

显著性水平 (Level of Significance)	双尾检验 (Two-Tailed Test)	单尾检验 (One-Tailed Test)
0.10=10%	±1.65	+1.28 或者 -1.28
0.05=5%	±1.96	+1.65 或者 -1.65
0.01=1%	±2.58	+2.33 或者 -2.33

当样本量很大，而总体方差未知的时候，假设检验的 z-统计量如下计算：

$$z - statistic = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

其中， \bar{x} = 样本均值； μ_0 = 总体均值的假设值； s = 样本的标准差； n = 样本大小。

当样本量很大的时候，即使总体的标准差未知，使用 z-统计量也是可以接受的。当然，使用 t-统计量要更加保守一些。

举例: z-检验还是 t-检验(z-test or t-test)

再次回到之前的期权回报模型，解释应该使用那个统计量(z 还是 t)，以及在使用两种统计量下，拒绝原假设的可能性的差别。

答案:

因为回报总体的方差未知，因此使用 t-分布是合适的。然而，因为有 250 个样本观测值，样本可以认为很大，所以 z-分布也是可以接受的。因此，答案是，两个统计量都是可以的。

至于拒绝原假设的可能性的差别，因为我们的样本很大，因此 t 检验和 z 检验对应的临界值几乎相同，也就是说可能性上几乎没有差别。因此，拒绝真的原假设的可能性上也几乎没有差别。

举例: z-检验(The z-test)

某公司生产一种短棒。当机器工作正常的时候，短棒的长度是 2.5 英寸。但是，有时候机器会出故障，产品可能过长或者过短，此时就需要把机器停下来进行调试。质量监控部门每天会对产品取样，以决定机器工作是否正常。某天，取出 49 个产品，平均长度 2.49 英寸。总体的标准差已

知为 0.021 英寸。利用 5%显著性水平，确定机器是否应该被关停调试。

答案:

设 μ 是机器生产的所有短棒的长度均值， \bar{x} 是样本的长度均值。让我们用图 1 中介绍的假设检验的步骤进行假设检验；再一次提醒你，要知道这个过程。

陈述假设(State the hypothesis):原假设和备择假设如下:

$H_0: \mu = 2.5$ (机器不需要调整)

$H_a: \mu \neq 2.5$ (机器需要调整)

因为是双尾检验，因此 H_a 允许真实值在 2.5 上下两边取值

选择合适的检验统计量(Select the appropriate test statistic):因为总体方差已知，样本量>30，因此应该使用 z-统计量。

$$z - \text{statistic} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

给定显著性水平(Specify the level of significance):题目中已经给出，就是 0.05(等于原假设为真时，拒绝原假设的概率)

陈述假设的决策规则(State the decision rule regarding the hypothesis):备则假设中的不等号暗指该检验是双尾的，因此有两个拒绝区域(rejection regions)，分别在分布的左右两个尾部。因为两个拒绝区域的面积之和为 0.05(显著性水平)，因此每一个尾部的拒绝区域的面积为 0.025。你应该知道，z-分布对应的临界值 $\pm z_{0.025} = \pm 1.96$ 。这意味着，如果检验统计量处于-1.96 到+1.96 之间，就不拒绝原假设，否则，则拒绝原假设。因此，决策规则是:

如果 z-统计量 $> z_{0.025}$ ，或者 z-统计量 $< -z_{0.025}$ ，则拒绝 H_0

等价的，z-统计量 $> +1.96$ ，或者 z-统计量 < -1.96 ，则拒绝 H_0

收集样本，计算样本统计量(Collect the sample and calculate the sample statistic). 样本的均值 \bar{x} 等于 2.49。因为总体的标准差 σ 已经给定为 0.021，因此如下计算 z-统计量

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{2.49 - 2.5}{0.021 / \sqrt{49}} = \frac{-0.01}{0.003} = -3.33$$

针对假设，做出决定(Make a decision regarding the hypothesis):计算出来的 z-统计量是-3.33，小于-1.96，因此有充分的理由拒绝 H_0

根据检验结果做出决定(Make a decision based on the results of the test):根据样本的信息和检验的结果，得出结论:机器应该被关停进行调试。

LOS 11 h: 1)检验正态分布的总体均值，分已知方差、未知方差两种情况；2) 根据两个独立的随机样本，检验两个正态分布的总体均值是否相同，分假定方差相同(equal)与假定方差不同(unequal assumed variances)两种情况。

基于独立的样本，检验两个正态分布的总体的均值是否相同，分别为 1) 方差相同 2) 方差不同 两种情况。(Hypothesis Tests Concerning the Equality of the Population Means of Two Normally Distributed Populations, Based on Independent Random Samples With 1) Equal or 2) Unequal Assumed Variances)

到现在为止，我们讨论的都还是单个总体均值的检验。实际上，通常会遇到需要检验两个总体的均值的差别的情况。针对两个总体的均值的差别，有两种 t-检验。这两种 t-检验的前提都是：总体正态分布，总体方差未知，而样本是独立的。这两种检验方法中，第一种检验方法假定两个总体的方差相同，并把样本观测值集中起来；第二种检验方法假定两个总体的方差相同，t 检验使用在自由度下合适的值。

注意，这两种方法，都要求样本独立。如果样本不独立，需要用后面介绍的成对比较检验(Paired Comparisons Test)

假设总体 1 的均值为 μ_1 , 总体 2 的均值为 μ_2 , 针对 μ_1, μ_2 的关系，我们可能想要知道均值是否相等(即 $\mu_1 = \mu_2$)，或者总体 1 的均值大于总体 2 的均值(即 $\mu_1 > \mu_2$)，或者总体 1 的均值小于总体 2 的均值(即 $\mu_1 < \mu_2$)可能出现的假设检验构造有 3 种

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ 对 $H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ (双尾检验)

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$ 对 $H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$ (单尾检验)

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$ 对 $H_a: \mu_1 - \mu_2 < 0$ (单尾检验)

我们当然也可以建立其他的假设，比如 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 50$ 对 $H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 50$ 。无论具体假设如何，假设检验的步骤是一样的。

当总体方差未知、但假设两总体方差相同的时候，需要用到合并样本方差(Pooled variance)来检验两个正态分布的总体的均值之差。

假设样本独立，对应的 t 统计量如下

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\left(\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

其中，自由度 $= n_1 + n_2 - 2$ ； $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ ； s_1^2 = 第一个样本的方差； s_2^2 = 第二个

样本的方差； n_1 = 第一个样本的观测数； n_2 = 第二个样本的观测数。

注意，自由度 df 等于 $n_1 + n_2 - 2$ ，要检验两个均值是否相同，即 $\mu_1 - \mu_2 = 0$ ，

当检验相等的假设 $\mu_1 - \mu_2 = 0$ 时，分子是样本均值 $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ 之差。由于我们假设方差相等，我们将两个样本均值相加以计算分母中的标准差。

当总体服从正态分布时，采用两个总体的样本方差得到的 T 检验的总体均值之差有未知的方差，且假设相等。假设样本相互独立，此时 t 统计量简化为：

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\left(\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

其中，自由度 = $\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2}}$ ； s_1^2 = 第一个样本的方差； s_2^2 = 第二个样本的方差； n_1 = 第一个

个样本的观测数； n_2 = 第二个样本的观测数

和刚才的公式比较，分母有所不同，原因是我们假定总体方差是不同的。在这种情况下，分母的计算，是基于每个样本均值单独的样本方差来计算的。我们不需要记住这两个公式，但是需要理解分子的部分，知道他们是 t-检验，明白当假设方差相同的时候，需要用到合并样本方差。

举例：均值的差别 – 相同方差条件下(Difference between means – equal variances)

Sue Smith 希望了解，在并购宣布期间收购方获得的异常收益(abnormal return)，对于并购是水平兼并(horizontal mergers)还是垂直兼并(vertical mergers)是否相同。她估计了一个涉及水平兼并的收购方样本的异常收益，以及一个涉及垂直兼并的收购方样本的异常收益。她的发现列在下面的图中。

宣布兼并时期的异常收益

	异常收益(Abnormal Returns) 水平兼并(Horizontal Mergers)	异常收益(Abnormal Returns) 垂直兼并(Vertical Mergers)
均值(Mean)	1.0%	2.5%
标准差(Standard Deviation)	1.0%	2.0%
样本大小(n)	64	81

假定：样本是独立的，样本均值是正态分布的，总体的方差相同。检验：对于两种类型的兼并，异常收益在统计上是否显著不同？

答案：

陈述假设(State the hypothesis):因为是一个双尾检验，原假设和备择假设如下：

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ 对 $H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

其中，

μ_1 = 水平兼并下异常收益的均值

μ_2 = 垂直兼并下异常收益的均值

选择合适的检验统计量(Select the appropriate test statistic):因为假设总体方差相同,因此应该下面的统计量。

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\left(\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

其中,
$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

给定显著性水平(Specify the level of significance):使用最常用的显著性水平 0.05。为了找到临界值 t-值, 我们需要求出自由度: $n_1 + n_2 - 2 = 64 + 81 - 2 = 143$

陈述假设的决策规则(State the decision rule regarding the hypothesis):我们必须找出, 显著性水平 0.05 下, 自由度为 143 对应的临界 t 值。部分的 t-分布表在图 9 中, 与自由度 143 最接近的是 120。在 $\alpha/2 = 0.025$, $df=120$ 条件下, 临界 t 值为 1.980

部分的 t 分布表(Partial t-Table)

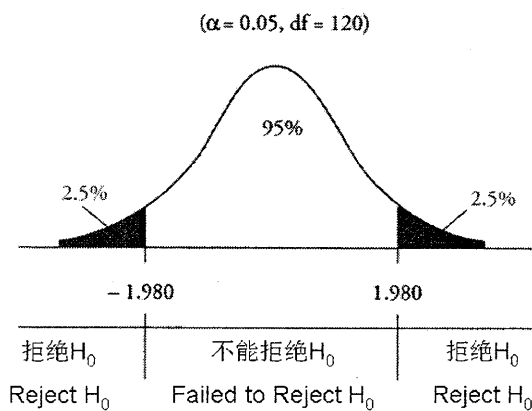
One-Tailed Probabilities (p)			
df	p = 0.10	p = 0.05	p = 0.025
110	1.289	1.659	1.982
120	1.289	1.658	1.980
200	1.286	1.653	1.972

因此, 决策的原则可以表述为:

如果计算出来的统计量大于+1.980 或者小于-1.980, 就拒绝原假设。

拒绝区域如下图所示。

双尾 t-检验的决策法则(Decision Rule for Two-Tailed t-Test)



收集样本，计算样本统计量(Collect the sample and calculate the sample statistic). 使用提供的信息，t 检验统计量可以如下计算(注意分子中的-0.015=0.01-0.025 代表了均值之差)注意假设的均值之差($\mu_1 - \mu_2$) 为 0

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(63)(0.0001) + (80)(0.0004)}{143} = 0.000268$$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\left(\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2} \right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{-0.015}{0.00274} = -5.474$$

针对假设，做出决定(Make a decision regarding the hypothesis):计算出来的 t-统计量是-5.474，小于-1.980，因此落入了拒绝区域，应该拒绝原假设。得出结论:对于两种类型的兼并，宣布期异常收益是不同的。

LOS 11 i: 选择合适检验统计量并解释结果，两个正态分布的总体的平均差别(成对比较检验,paired comparisons test)

成对比较检验:两个正态分布总体均值的差别的假设检验(Hypothesis Tests Concerning the Mean Differences of Two Normally Distributed Populations, Paired Comparisons Test)

刚才一部分的关于两个总体均值差别的假设检验，前提条件是样本是独立的。然而，很多时候，样本并不是独立的。如果两个样本的观测值都依赖于一些其它的因素，则我们可以构建一个成对比较检验。以测试两个样本观测值的均值是否相同。相关性可能由一个影响一些公司的观测集合导致，或者两个公司在一段时间的市场收益或者是经济状况决定。

考虑这样一个成对比较检验的例子:在相同的 5 年时期中，考察两个钢铁企业的回报。我们不能用之前介绍的均值差别的检验方法，因为我们有足够理由相信，这两个企业的回报数据不是独立的，都受到行业和市场整体的影响。在这里，我们使用两个公司的月度回报的差别，而成对比较检验，就是检验两企业月度回报之差的平均，是否与 0 显著不同。

请注意，成对比较检验同样要求样本数据是正态分布的。尽管通常我们是希望检验平均差别是否为 0，但是也可以检验平均差别是否为任意一个给定的数值 μ_{dz} 。假设检验结构如下:

$H_0: \mu_d - \mu_{dz} = 0$ 对 $H_a: \mu_d - \mu_{dz} \neq 0$

其中，

μ_d = 两个总体的成对差别的平均(mean of the population of paired differences)

μ_{dz} = 成对差别的平均值的假设值，通常为 0

对于单尾检验，假设检验结构如下:

$H_0: \mu_d \leq \mu_{dz}$ 对 $H_a: \mu_d > \mu_{dz}$, 或者 $H_0: \mu_d \geq \mu_{dz}$ 对 $H_a: \mu_d < \mu_{dz}$

对于成对比较检验，n-1 个自由度的 t-统计量为:

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_{dz}}{s_{\bar{d}}}$$

其中: \bar{d} = 样本之差的平均 = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$; d_i = 第 i 对观测值的差别; $s_{\bar{d}}$ = 平均差别的标准误差

$$= s_d / \sqrt{n}; \quad s_d = \text{样本的标准差} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1} \right)^{1/2}; \quad n = \text{成对观测值的数目。}$$

举例:成对比较检验(Paired comparisons test)

Joe Andrews 试图考察，电信行业的公司的股票，在解除管制前后，估计的 Beta 值有没有发生变化。Andrews 相信，随着管制的解除，Beta 值可能因为费率不确定性下降而下降，但是 Beta 值也可能因为行业竞争加剧而提高。他收集的样本数据如图 11 所示。检验:Beta 值是否有变化

图 11:在管制解除前后的 Beta 值的差别

beta 值差别(之前的值减去之后的)的平均(Mean of differences in betas)	0.23
差别的样本标准差(Sample standard deviation of differences)	0.14
样本大小(Sample Size)	39

答案:

让我们还是按照假设检验的步骤来做。

陈述假设(State the hypothesis):从题目中可以知道，Beta 值可能变大也可能变小，因此是一个双尾检验，原假设和备择假设如下:

$$H_0: \mu_d = 0 \quad \text{对} \quad H_a: \mu_d \neq 0$$

选择合适的检验统计量(Select the appropriate test statistic):如上所述，统计量应该选用:

$$\frac{\bar{d} - \mu_{dz}}{s_{\bar{d}}}$$

给定显著性水平(Specify the level of significance): 使用最常用的显著性水平 0.05。

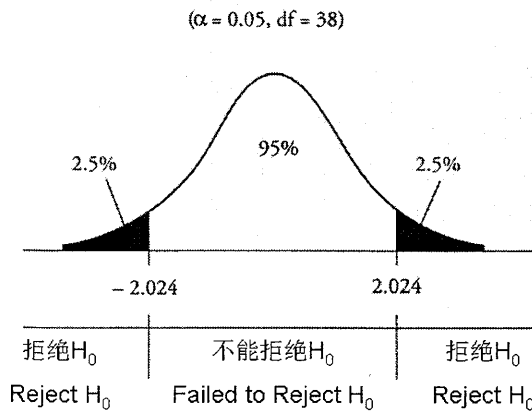
陈述假设的决策规则(State the decision rule regarding the hypothesis):自由度为:39-1=38。使用 t-分布的表格，5%显著性水平之下，自由度为 38 的双尾检验的临界值应该为:±2.024，如下图所示。因为双尾 5%的概率，就等于单尾下 2.5%的概率。所以，我们使用的是:df=38 这一行与 p=0.025 这一列交叉点的数。

部分的 t 分布表(Partial t-Table)

One-Tailed Probabilities (p)			
df	p = 0.10	P = 0.05	p = 0.025
38	1.304	1.686	2.024
39	1.304	1.685	2.023
40	1.303	1.684	2.021

因此，如果计算出来的统计量大于+2.024 或者小于-2.024，就拒绝原假设。拒绝区域如下图中所示。

双尾 t-检验的决策法则(Decision Rule for Two-Tailed t-Test)



收集样本，计算样本统计量(Collect the sample and calculate the sample statistic). 利用已有的数据，计算如下：

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_{dz}}{s_{\bar{d}}} = \frac{0.23 - 0}{0.14 / \sqrt{39}} = \frac{0.23}{0.022418} = 10.2596$$

针对假设，做出决定(Make a decision regarding the hypothesis):计算出来的 t-统计量是 10.2596，大于 2.024，因此落入了拒绝区域，应该拒绝无差异的假设，得出结论在解除管制之后，betas 有显著变化

根据检验结果做出决定(Make a decision based on the results of the test):根据样本的信息和检验的结果，管制解除之后，Beta 值下降，从而支持了解除管制导致风险降低的结论。

注意：至今为止，我们介绍了两种完全不同的假设检验：两个总体的平均值的差别(differences between the means of two populations)，以及两个正态总体的成对差别的平均(mean of the paired differences from two normal populations)。下面是两种检验的适用范围：

- 当有两个独立的样本的时候，使用两个总体的平均值的差别的检验
- 当样本不独立，但是能够成对进行比较的时候，使用两个正态总体的成对差别的平均的检验

注意：LOS 这里面说要确定合适的统计量并且揭示结果。我不认为考生需要记下这些公式。(或者说如果你记下这些公式的话更好)CFA 考试并不需要记忆很复杂的公式。你应该把注意力集中到

包括 t 统计量的检验和依赖的自由度。另外注意, 当样本相互独立时, 你可以使用均值检验的差, 当样本不独立的时候, 统计量是观测结果的平均差除以平均偏差的标准差。

LOS 11.j 为下面的检验寻找合适的检验统计量, 并且解释结果:1)检验正态分布的方差; 2) 根据两个独立的随机样本, 检验两个正态分布的总体的方差是否相同(the equality of the variances of two normally distributed populations)

针对单个正态分布的总体的方差的检验, 需要用到卡方检验(Chi-square test)

假设总体方差的真实值为 σ^2 , 假设值为 σ_0^2 , 则一个总体方差的双尾检验如下构造:

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \text{对} \quad H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

单尾检验可以如下构造:

$$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2 \quad \text{对} \quad H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2$$

$$H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2 \quad \text{对} \quad H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2$$

总体方差的假设检验中, 需要用到卡方分布检验统计量 χ^2 。

为了展示卡方分布, 考虑 5%显著性水平下, 自由度为 30 的双尾假设检验。从图 7 中可以看出, 临界卡方值分别为 16.791 以及 46.979, 对应着上下界。这些值是从卡方分布表中得到的, 使用方法与 t-分布表相同。卡方分布表的一部分如图 8 所示。

图 7:卡方检验的决策规则(Decision Rule for a Two-Tailed Chi-Square Test)

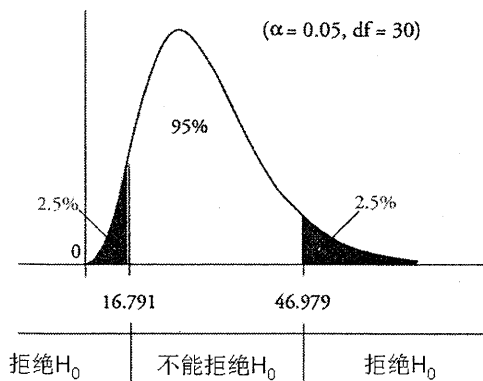


图 8:卡方表(Chi-Square Table)

Degrees of Freedom	Probability in Right Tail			
	0.975	0.1	0.05	0.025
9	2.700	14.684	16.919	19.023
10	3.247	15.987	18.307	20.483
11	3.816	17.275	19.675	21.920
30	16.791	40.256	43.773	46.979

n-1 个自由度下的卡方检验统计量计算如下 χ^2 :

$$\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

其中: n=样本大小(sample size); s^2 =样本方差(sample variance); σ_0^2 =总体方差的假设值 (Hypothesized value for the population variance)

和其他假设检验一样, 卡方检验, 也是用卡方检验统计量与某一个显著性水平下 n-1 个自由度对应的临界值相比较。注意: 由于卡方分布以 0 为界线, 卡方分布永远不可能取负值。

举例: 单个总体方差的卡方检验(Chi-square test for a single population variance)

High-Return 股票基金宣称, 该基金历史的月度回报的标准差为 4%, 这个数据是根据 1990-2004 期间的数据计算的。2000 年的时候, High-Return 基金希望知道, 这个描述是否仍然适用。High-Return 收集了 2005-2006 年 24 个月的回报数据, 计算出来的标准差为 3.8%, 检验: 最近(2006 年)的标准差, 与宣称的历史标准差(4%)是否显著不同

答案:

陈述假设(State the hypothesis): 原假设是标准差等于 4%, 因此方差为 $(0.04)^2=0.0016$ 。因为 High Return 希望检验的是, 现在的方差与原来的是否不同, 因此需要用双尾检验。原假设和备择假设如下:

$$H_0: \sigma^2=0.0016 \quad \text{对} \quad H_a: \sigma^2 \neq 0.0016$$

选择合适的检验统计量(Select the appropriate test statistic): 如上所述, 统计量应该选用:

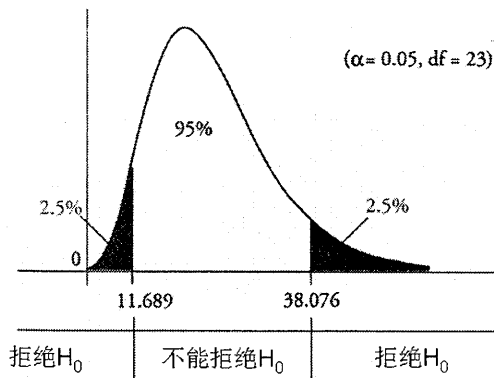
$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

给定显著性水平(Specify the level of significance): 使用最常用的显著性水平 5%, 这意味着, 在卡方分布的每一个尾部处的概率都是 2.5%

陈述假设的决策规则(State the decision rule regarding the hypothesis): 因为使用了 24 个月的数据, 自由度为: $24-1=23$ 。使用卡方分布表格, 5% 显著性水平之下, 0.975 与 0.025 对应的临界值分别是 11.689 与 38.076。因此, 决策规则如下:

因此，如果 χ^2 大于 38.076 或者小于 11.689，就拒绝原假设。拒绝区域如下图所示。

单个总体的方差的双尾卡方分布-检验的决策法则(Decision Rule for Two-Tailed Chi-Square Test of a Single Population Mean)



收集样本，计算样本统计量(Collect the sample and calculate the sample statistic). 利用已有的

数据，计算如下：
$$\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(23)(0.001444)}{0.0016} = 20.7575$$

针对假设，做出决定(Make a decision regarding the hypothesis):计算出来的 χ^2 统计量介于两个临界值之间，因此无法拒绝方差等于 0.0016 的原假设

根据检验结果做出决定(Make a decision based on the results of the test):根据样本的信息和检验的结果，得出结论:在 5%显著性水平下，最近回报的标准差与宣称的历史月度回报标准差 4% 没有显著下别

根据两个独立的样本，检验两个正态分布的总体方差是否相同(Testing the Equality of the Variance of Two Normally Distributed Populations, Based on Two Independent Random Samples)

考察两个总体方差是否相同，需要使用 F-分布检验统计量。使用 F-分布的检验统计量的假设检验称为 F-检验。F-检验的前提条件是:总体服从正态分布，而且样本是独立的。

让我们用 σ_1^2 和 σ_2^2 来代表总体 1 和总体 2 的方差。那么，检验方差是否相等的双尾 F-检验可以如下构建:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \text{对} \quad H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

单尾检验可以如下构造:

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \quad \text{对} \quad H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \quad \text{对} \quad H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

F-检验的检验统计量就是样本方差的比值，计算如下： $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$

其中，

s_1^2 = 总体 1 的 n_1 个观测的样本方差

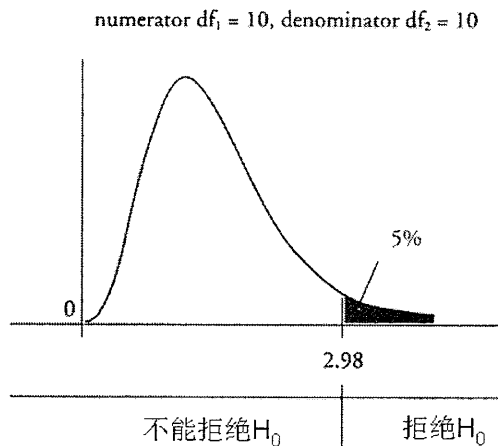
s_2^2 = 总体 2 的 n_2 个观测的样本方差

注意，在计算 s_1^2 与 s_2^2 的时候，用到的自由度分别是 n_1-1 和 n_2-1

注意:作为惯例，总是把数值较大的那个方差(s_1^2)放在分子上面，这样，我们只用考虑右边尾部的临界值就可以了。

一个 F 分布在图 9 中画出。F 分布是右偏的(right-skewed)，并且不可能取负值。F 分布的形状，是由两个单独的自由度决定的:分母的自由度 df_1 ，以及分子的自由度 df_2 。图 9 中，还展示了右边尾部的拒绝区域。只要数值较大的那个方差放在分子上面，拒绝区域总是这样在右边的。对于 1 和 2 的标注是任意的。

图 9:F-分布(F-Distribution)



举例: 同方差的 F-检验(F-test for equal variances)

Annie Cower 在考察两个不同行业的盈利情况。Cower 认为，纺织行业的盈利波动性比造纸行业大。为了证实这个想法，Cower 收集了 31 个纺织行业企业的盈利数据，和 41 个造纸行业企业的盈利数据。纺织行业企业的盈利的标准差是\$4.30，造纸行业企业的盈利的标准差是\$3.80。检验:纺织行业和造纸行业相比，盈利的标准差是不是更大一些?

答案:

陈述假设(State the hypothesis):Cower 希望知道，纺织行业和造纸行业相比，盈利的标准差是不是更大一些，因此需要用单尾检验。原假设和备择假设如下:

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \quad \text{对} \quad H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

其中,

$$\sigma_1^2 = \text{纺织行业企业的盈利的标准差}$$

$$\sigma_2^2 = \text{造纸行业企业的盈利的标准差}$$

注意 $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

选择合适的检验统计量(Select the appropriate test statistic):如上所述, 统计量应该选用:

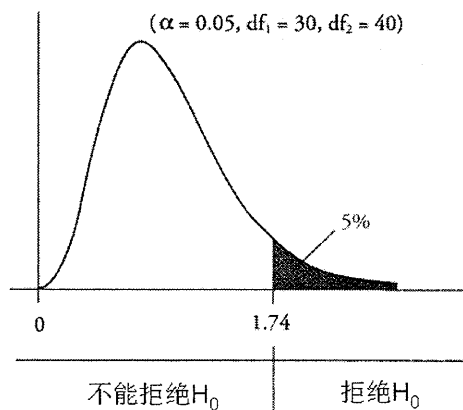
$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

给定显著性水平(Specify the level of significance):使用最常用的显著性水平 5%

陈述假设的决策规则(State the decision rule regarding the hypothesis):利用两个行业的样本的大小(31 个在纺织行业, 41 个在造纸行业), 得到临界 F-值为 1.74。这个值是从 F-分布表格得到的, 使用 5%显著性水平, $df_1=30$, $df_2=40$

因此, 如果计算出的 F-统计量大于临界值 1.74, 就应该拒绝原假设。

F-检验的决策法则(Decision Rule for F-test)



收集样本, 计算样本统计量(Collect the sample and calculate the sample statistic). 利用已有的数据, 计算如下:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{\$4.30^2}{\$3.80^2} = \frac{18.49}{14.44} = 1.2805$$

注意;记住将标准差平方以得到方差

针对假设, 做出决定(Make a decision regarding the hypothesis):计算出来的 F-统计量小于临界值 1.74, 因此无法拒绝原假设

根据检验结果做出决定(Make a decision based on the results of the test):根据样本的信息和检验的结果, 得出结论:在 5%的显著水平上, 纺织行业盈利的标准差并不比造纸行业的盈利标准差更大一些。更重要的是, 纺织业的收益并非比造纸行业更加有差异。

LOS 11.j: 区分参数检验(parametric tests)和非参数检验(non-parametric tests), 描述什么情况下应该使用非参数检验

参数检验是基于总体服从某种特定的概率分布的假设的, 并且对不同的总体参数, 有不同的参数检验。比如说, z-检验依赖于正态分布的均值和标准差。z-检验还要求, 总体服从正态分布, 或者样本足够大以保证抽样分布是正态的。如果这种假设是无效的, 我们就不能使用参数检验。

非参数检验或者不考虑一个具体的总体参数, 或者不需要关于总体分布的假设。当参数检验需要的假设无法满足, 或者我们希望知道分布参数之外的量的时候, 就需要使用非参数检验。当数据不适合进行参数检验(比如说排序的观测, ranked observations)的时候, 也可以使用非参数检验。非参数检验经常同参数检验一起使用。非参数检验是在参数检验前提条件无法满足下的“替补”。非参数检验的一个例子是, 通过数据排列检验(比如最大, 第二大, 第三大等等)。对于两个数据集, 检查两个数据集的相关性。我们可能用这个来检验公司规模排名和每股收益排名之间的相关性。

另一个例子是进行检验。如果我们考察一系列股票价格的变化(有升有降的), 假设每股价格变化是随机的, 那么进行检验能够告诉我们一个观察序列变化(比如++-+-)的概率。

关键概念

Los 11.a

假设检验的过程(hypothesis testing process)要求陈述原假设(null hypothesis)和备择假设(alternative hypothesis), 选择合适的检验统计量(Select the appropriate test statistic), 给定显著性水平(Specify the level of significance), 陈述假设的决定规则(State the decision rule regarding the hypothesis), 收集样本并计算样本统计量(Collect the sample and calculate the sample statistic), 针对检验假设并做出决定(Make a decision regarding the hypothesis), 根据检验结果做出决定(Make a decision based on the results of the test)。

原假设(null hypothesis)是研究者希望拒绝的假设, 备择假设(alternative hypothesis)是研究者希望证实的假设。当原假设被拒绝的时候, 备择假设就被证明是成立的。

一个双尾的假设检验(two-tailed test)源自双边的备择假设(two-sided hypothesis), 例如 $H_a: \mu \neq \mu_0$; 一个单尾的假设检验(one-tailed test)源自单边的备择假设(one-sided hypothesis), 例如 $H_a: \mu > \mu_0$ 或者 $H_a: \mu < \mu_0$;

Los 11.b

决策法则(decision rule)取决于使用的备择假设和检验统计量的分布(distribution of test statistic)

第一类错误是当原假设为真的时候, 拒绝了原假设; 第二类错误是当原假设为假的时候, 没有能够拒绝原假设。

检验的显著性水平(significance level)是犯第一类错误的概率(当原假设为真的时候, 拒绝了原假设)。

Los 11.d

假设检验将从样本数据中计算出来的检验统计量(computed test statistic), 与给定显著性水平(significance level)下的临界值(critical value)进行比较, 得到决策法则。

检验的效能就是当原假设非真的时候, 拒绝掉原假设的概率。检验的效能, 实际上等于 1 减去第二类错误发生的概率。

在给定显著性水平下, 如果计算出来的检验统计量, 处在置信区间之外的的时候, 就应该拒绝关于这个总体变量的假设。

Los 11. e

统计显著性并不意味着经济上的显著性。即使一个统计量在统计上是显著的, 执行一个统计上显著的决策的收益规模可能很小, 或者无法弥补交易成本。

Los 11.f

方差未知的时候, 使用 t-统计量来检验一个正态分布的均值: $t_{n-1} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$ 。当方差已知的时候,

使用 z-统计量来检验: $\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ 。如果总体不符合正态分布, 但是样本量很大($n \geq 30$)的时候, 也可

以使用 t-统计量或者 z-统计量进行假设检验。

对于从两个正态分布的总体中取出的两个独立的样本，均值的差别可以通过 t-统计量来检验。当假设两总体方差相同的时候，分母基于合并样本的方差(variance of pooled samples)；当假设两总体方差不同的时候，分母基于两个样本的方差的一个组合。

对于两个正态分布的成对的观测样本，如果这两个样本之间不是独立的，在检验均值差别的时候需要使用成对比较检验(Paired comparisons test)。此时，使用一个 t-统计量， $\frac{\bar{d} - \mu_{dz}}{s_d}$ ，其中，

$$s_d = \frac{s_d}{\sqrt{n}}, \text{ 而 } \bar{d} \text{ 是 } n \text{ 对成对观测的差别的平均。}$$

Los 11.i

针对单个正态分布的总体的方差的检验，需要用到卡方检验(Chi-square test)，对应的卡方分布

检验统计量 $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$ ，其中，n 是样本大小，s² 是样本方差， σ_0^2 是总体方差的假设值，

自由度为 n-1

基于两个独立的样本，考察两个总体方差是否相同，需要使用 F-分布检验统计量： $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ ，其

中，s₁² 是总体 1 的 n₁ 个观测的样本方差，s₂² 是总体 2 的 n₂ 个观测的样本方差(样本方差数值较小的那个)

参数检验(parametric tests)，例如 t-检验，F-检验，卡方检验，都是对总体的分布作出了一些假设；而非参数检验(nonparametric tests)或者不考虑一个具体的总体参数，或者不需要关于总体分布的假设。

Session 3

LOS 12 技术分析

考点聚焦

本节介绍了技术分析的相关问题，你应该理解技术分析同基本分析的不同之处。你应该学习技术指标的含义。混淆哪些指标是限制性指标，哪些指标是聪明投资者指标是正常的。我认为你应该尽力记住哪些是聪明投资者指标，因为只有三个这样的指标。然后你就可以知道其他的限制性指标的含义了。实际的差别在于是谁的行动驱动了指标。对于聪明投资者指标，那些聪明的驱动指标值的人是交易商(信心指数和 TED 差)，而投资者用保证金购买。(保证金债务)

LOS12.a: 解释技术分析的原则，应用以及潜在假设(Explain the underlying assumptions of technical analysis)

技术分析是通过买入卖出行为研究市场观点的集合。基于价格由供给和需求的相互作用决定的。市场价格在任何瞬间等于供给和需求。只有交易者实际交易影响价格，更好的信息参与者愿意交易更大的成交量。因此价格和交易量反应买卖双方综合的行为。

在技术分析中的一个假设是市场价格同时反应理性和非理性行为。这种假设暗示着有效市场假说可能是不成立的。(有效市场假说在证券市场的章节由说明)技术分析相信投资者行为通过趋势和图形的方式反映，趋势是重复的因此可以用于预测未来的价格走势。

技术分析对比假设内含价值的基本面分析。基本面分析通过研究公司财务报表和其他信息的方式来研究公司财务状况进而确定其价值，技术分析只通过研究公司股价和交易量信息来判断目标价值。技术分析不关心买卖双方的交易原因，只分析发生的交易。

使用实际价格和交易量分析的好处是可以直观观测到的。很多基本面分析的信息基于假设和重申，对于所有资产往往是不都能够适用的。这不说明技术分析客观，很多分析都需要主管判断。另一个技术分析的好处是对于不产生现金流资产例如商品等可以用这种方式估值。技术分析同时可以应用于财务欺诈发生的时候。价格和交易量可以在公司财务欺诈被广泛披露和财务报表重估前反映公司的实际价值。

使用技术分析在市场价格和成交量无法准确反映供给和需求变化会受到应用上的限制。这种情况可能会由于市场的低流动性或外部操纵的影响。例如货币市场受到央行干预的影响。对于破产公司来说，短期喘息能带来正向的技术分析效应，哪怕是明知股票最终会一文不值。

LOS 12.b:构建不同的技术分析图

技术分析主要通过价格图形和成交量来研究资产价格和市场趋势。大部分图形横轴是时间，有不同的时间交易周期可选(日，周，月，日内周期)；技术分析师开始观测长期趋势，然后在短期趋势上判断近期走势。如果价格以指数形式变化(例如股票指数几十年的走势)，分析师就可以采用对数坐标来代替线性坐标。

线形图是最简单的技术分析，将价格通过连续线条进行反映。

条形图通过增加最高和最低价，有时也标注开盘价。每个周期通过一个竖线来反映，收盘价通过线条旁边的点来反映。

蜡烛图使用条形图同样的数据，但是通过一个箱子形状来反映开盘价和收盘价。盒子是空的则收盘价大于开盘价，盒子是满的则收盘价低于开盘价。

点数图帮助识别价格趋势的变化方向。一般在图形纸上画出，价格作为纵轴。价格增量作为盒子尺寸反映才图中，横轴是趋势的转换次数。为了分析趋势的变化，必须选择图中的反转尺寸，一般三乘以盒子尺寸。技术分析关注点集中于交易量和价格。量图一般在价格图下方来反映。

判断相对强弱，分析是计算收盘价相对基准价格的变化，例如股票指数和对比资产。画出比率的线图。增长趋势反映出资产价格表现好于基准（相对强），下降表示资产相对弱势。

LOS 12.c: 解释趋势、支撑、压力线和趋势反转的应用

技术分析中最基本的概念是价格趋势。如果资产价格屡创新高，这样的市场被称为处于上升趋势。表明需求相对于供给增长更快。如果资产价格屡创新低，这样的市场被称为处于下降趋势。表明供给相对于需求增长更快。

趋势线能帮助我们判断趋势是持续还是反转。在上升趋势中，趋势线由连接各依次上升的价格低点构成。在下降趋势中，趋势线由连接各依次下降的价格高点构成。当价格穿过趋势线一个适当幅度时，就应该考虑上升趋势的突破向下与下降趋势的突破向上。

突破向上和突破向下很重要，因为趋势线被认为是代表支撑和压力的水平。支撑线阻止价格进一步下跌，压力线阻止价格进一步上升。除了趋势线，支撑和压力水平通常出现在重要的心理价位，比如整数价格或历史性的高点和低点。

技术分析中一个重要的原则是支撑线和压力线的转换。当支撑线被突破后，该支撑水平就变成了新的压力线；当压力线被突破后，该压力水平就变成了新的支撑线。

LOS 12.d: Identify and interpret common chart patterns 识别和解释常见的图形类型

反转类型 (Reversal patterns) 指趋势无法继续的类型。头肩型 (Head and shoulders pattern) 是其中一种著名的类型。头肩型表明驱动股价上升的力量正在减弱，尤其是依次出现的价格高点伴随着缩小的成交量。

双重顶 (Double top) 和三重顶 (triple top) 和头肩型的含义相似，表明多头力量逐步减弱。和头肩型类似，双重顶或三重顶的大小能用于预测下一个下降趋势的目标价位。

类似的反转类型还有反向头肩型 (Inverse head and shoulders pattern)，双重底 (double bottom)，三重底 (triple bottom)。

持续类型 (Continuation patterns) 表明趋势暂停后继续维持原来的趋势。三角形 (Triangles) 指价格低点依次上升，价格高点依次下降的类型。

三角形表明多头和空头压力短期内大致相等，但并不代表趋势的转向。三角形 (Triangle) 的大小，或者构成三角形的两条趋势线的距离常用于预测三角形突破后未来的价格走势。

矩形 (Rectangles) 是由不同价位水平的支撑线和压力线构成的。和三角形一样能用于预测趋势继续和未来的价格走势。

LOS 12.e: Describe common technical analysis indicators: price-based, momentum oscillators, sentiment, and flow of funds 讨论常见的技术分析指标：基于价格的，动量摆动指标，情绪指标，资金流

基于价格的指标

滑动平均线(Moving average lines)是最近的 n 期价格的平均值。 n 选得越大，平滑的效果越好。

在上升趋势中，价格比滑动平均值要高；在下降趋势中，价格比滑动平均值要低。滑动平均值通常被看成是支撑或压力线。

短期滑动平均(波动性更大)穿过长期滑动平均(更平滑)能表明价格趋势的变化。当短期滑动平均线向上穿过长期滑动平均线(黄金交叉)，通常意味着向上的趋势或买入信号。当短期滑动平均线向下穿过长期滑动平均线(死亡交叉)，通常意味着向下的趋势或卖出信号。

勃林格带(Bollinger bands)基于过去 n 期收盘价的标准差。分析师在滑动平均值向上或向下若干个标准差的地方画出上界限和下界限。

勃林格带在价格偏离滑动平均值若干标准差时能指示极端值的出现。价格向上偏离滑动平均值的表明市场处于超买状态。价格向下偏离滑动平均值的表明市场处于超卖状态。可能的交易策略是在上界限卖出，在下界限买入。这是一种典型的反向交易策略(contrarian strategy)

动量摆动指标(momentum oscillators)指将基于市场价格的指标标准化到以某一值，比如 0，为中心来摆动，或者介于两个值，比如 0 到 100。极端小的值意味着市场处于超卖状态，极端大的值意味着市场处于超买状态。

摆动指标图用于识别摆动指标和市场价格的聚拢和偏离，两者同时达到高点或低点表明聚拢，两者没能同时达到高点或低点表明偏离。聚拢表明价格趋势将持续，偏离表明价格趋势可能反转。

常用的摆动指标：

1. 变化率摆动指标(Rate of Change Oscillator)：最近收盘价和最近 n 期收盘价的差，再乘上 100。指标以 0 为中心，当在上升的市场中指标由负变为正时买入，当在下降的市场中指标由正变为负时卖出。或者也可用最近收盘价和最近 n 期收盘价的比，再乘上 100，指标此时以 100 为中心。
2. 相对强度指标(Relative Strength Index)是价格上涨的股票家数与价格下跌的股票家数之比。该比率再标准化为 0 到 100 之间的值，标准化后较大的数值表明超买市场，较小数值表明超卖市场。
3. 指数平滑异同移动平均线(Moving Average Convergence Divergence)：滑动平均值对于近期的股价赋予了更大的权重。
4. 随机指标(Stochastic oscillator)从最近的收盘值与最近期间达到的最高和最低的价格计算得出。在持续的上升趋势中，价格往往收盘于最近的高点；在持续的下降趋势中，价格往往

收盘于最近的低点。

非基于价格的指标

情绪指标 (Sentiment indicators) 能用于辨别潜在的买方和卖方的观点。当投资者预期价格上涨时，市场情绪被认为是牛市；当投资者预期价格下跌时，市场情绪被认为是熊市。

相关的指标包括观点调查 (opinion polls) 和其它指标：

1. 卖权买权比例 (Put/Call ratio)

该比率上升表明市场悲观情绪加强，若比率很高，表明市场处于超卖状态，若比率很低，表明市场处于超买状态。

2. 波动率指数 (Volatility Index)

衡量标准普尔 500 股指期货波动率。波动率指数高表明投资者担心股市下跌。当绝大多数投资者预计股市下跌时，往往是股票的买入信号。

3. 保证金债务 (margin debt)

保证金债务增加常伴随着市场价格上升，保证金债务减少常伴随着市场价格下跌。

4. 卖空头寸比率 (short interest ratio)

等于卖空头寸除以平均每天的成交量。该比率高意味着市场预期价格将下跌，但也意味着未来投资者可能要买入已卖空的债券。在对该比率的解释上，分析师的意见存在分歧。

资金流指标 (flow of funds) 在观察证券供给和需求变化方面很有用。

1 短期交易指数 (Short-term trading index) 反映的是资金流入上涨、下跌股票的情况。

指数值大于 1 表明资金主要流入下跌的股票，常伴随股票市场当天的损失

指数值小于 1 表明资金主要流入上涨的股票，常伴随股票市场当天的利得

2 保证金债务 (Margin debt)

增加的保证金债务表明投资者想要买入更多的股票

减少的保证金债务表明投资者想要卖出更多的股票

3 共同基金现金头寸 (Mutual fund cash position)

在市场下跌时，该头寸常增加；在市场上涨时，该头寸常减少。

4 新股权发行 (IPO) 和增发 (secondary offerings) 增加股票的供给。发行人往往在市场价格较高时卖掉股票，股票发行增加表明股票市场价格达到高点。

LOS 12.f: 解释技术分析师使用的经济周期

LOS 12.g: Discuss the key tenets of Elliott Wave Theory and the importance of Fibonacci numbers. 讨论艾略特波浪理论和斐波那契数的重要性

常见的有 4 年的总统周期 (presidential cycles)，和美国的总统选举有关；10 年周期 (decennial patterns)，18 年周期，54 年周期 (Kondratieff wave)

波浪 (Waves) 指与艾略特波浪理论相伴随的图形类型。在典型的上升趋势中，上升浪由五浪构成，下降浪由三浪构成；在典型的下降趋势中，下降浪由五浪构成，上升浪由三浪构成。

浪的大小和斐波那契比率有关。斐波那契数列的前两项为 0、1，以后各项为该项的前

两项之和，比如 1, 2, 3, 5, 8, 13, ……。在估计波浪上升下降幅度方面，斐波那契数很有用。比如，下降浪的规模是上升浪规模的 $1/2$ 或 $2/3$ ，价格目标是前一个高点的 $13/8$ 。

LOS 12.h: Describe intermarket analysis as it relates to technical analysis and asset allocation 描述跨市场分析及其和技术分析、资产配置的关系。

跨市场分析指研究多种资产类型的相互关系。相对强弱比率在确定哪种资产类型超越其它资产类型的表现方面很有用。

主要概念

Los 12.a

下列是技术分析所做的假设:

- 股票价格是由供求关系决定的;
- 供给和需求由理性和非理性因素驱动;
- 股票价格有着较长时间的运行趋势;
- 股票供给和需求的波动却可以通过市场的价格行为观察到。

Los 12. b

技术分析的优点主要有;

- 快捷而简单;
- 无需考虑会计报表以及会计方法的差异。
- 它将心理学以及经济因素考虑到了股价的波动中去;

技术分析规则面临的挑战主要有;

- 有效市场假说说明价格调整过快, 没有交易机会
- 过去的价格和市场变化不一定在以后出现
- 解过于主观, 而其决定因素也在不断改变
- 引导投资决策的变量不断变化

Los 12.c

反向操作支持者们认为绝大多数投资者都是错误的, 反向操作指标主要有:

- 共同基金的仓位指数比正常情况要大(大于资产的 11%)
- 佣金账户中投资者的贷方余额在上升
- 投资顾问的建议认为是熊市
- 店頭市场与纽约证券交易所交易量比率降低
- 美国芝加哥期权交易所多空比率升高
- 较低的股指期货比率是牛市

反向操作者认为, 当大多数投资者认为市场是牛市的, 市场便是熊市的。(共同基金账户少于平常, 投资者账户贷方余额下降, 咨询者很少买入, 相对于NYSE, OTC 数量在增加, 卖出/买入比很低, 很大一部分指数期货交易商是熊市)

跟随聪明投资者指标主要有

- 当市场是牛市时, 信心指数(Confidence index)(高质量债券收益与平均质量债券收益之比)增加, 买入较低质量的债券。当信心指数较低时, 投资者认为熊市, 将资产转移到高质量债券上。
- 危机期的美国短期国库券与欧洲美元收益差(T-bills-eurodollar yield spread)
- 当买入增加(由更有经验的投资者投资)时, 交易账户的借方余额增加。当买入减少时, 该指标降低。

技术分析师采用要素指数来解读市场的方向。

- 上升-下降线(NYSE市场每日上升少于下降)暗示出市场上升或者下降的宽度。如果该线

同市场是同向变动的，那么该上升或者下降是基于广泛基础的，但是二者的差异意味着出现了高峰或者低谷

- 如果股票价格超过 200 天移动平均，这意味着市场总体来说是熊市的状态。如果该百分比很低，市场是牛市的状态。

技术分析师采用的基于价格和数量的指标还包括

- 道氏理论
- 向上一向下交易量之比
- 支撑线与压力线
- 移动平均线
- 相对强度比率
- 状图和点—数图